

FM1003-1 Matemáticas III: Límites y Derivadas

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Sebastián Lopez. Patricio Yáñez A.



Auxiliar 1: Lógica Proposicional

7 de enero de 2019

Recuerdo:

- Letras como “p”, “q”, “r”, “s”, etc. Serán usadas para representar una proposición con un valor de verdad.
- \vee será usado como conector lógico de disyunción. Si al menos una de las proposiciones es verdadera, todo es verdadero.
- \wedge será usado como conector lógico de conjunción. Si al menos una de las proposiciones es falsa, todo es falso.
- $p \Rightarrow q$, es una implicancia lógica y su tabla de verdad está dada por

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- $p \Leftrightarrow q$ es verdadero si el valor de verdad de p es el mismo que el de q.
- Las propiedades de los conectivos lógicos se encuentran en la página 10 de su apunte (DESTACAR Y TRANSCRIBIR, SERÁ SU BIBLIA HASTA ENTENDER)

P0. [Tablas de verdad]

Demuestre mediante tablas de verdad las siguientes proposiciones.

- (Conmutatividad) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
- (Asociatividad) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
- (Distributividad) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- (Propuesto) repetir los ejercicios anteriores cambiando “ \vee ” por “ \wedge ”

P1. [Pregunta coordinada]Sean p y q proposiciones. Se define la proposición $p * q$, por la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- Probar que $\sim p \Leftrightarrow (p * p)$ y que $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim (p * q)$.
- Expresar las proposiciones $(p \Rightarrow q)$ y $(q \wedge p)$ usando sólo $*$ y \sim .

P2. [Pregunta coordinada-Método algebraico] Demuestre las siguientes tautologías usando las propiedades de la página 10 de su apunte.

- $p \vee q \vee (\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow V$
- $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

$$c) [(p \Rightarrow \sim q) \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \sim r)$$

P3. [Pregunta coordinada-Método de contradicción]

$$a) p \Rightarrow (p \vee q)$$

$$b) [(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$$

P4. [Método de exploración]

$$a) [(p \vee r) \Rightarrow q] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$b) (p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \Rightarrow (p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)$$

P5. [Problema aplicado] Pruebe la proposición: Si a, b, c son enteros impares tales que $a + b + c = 0$, entonces $a^2 + b^2 + c^2 < 0$

P6. Sean p, q, r y s proposiciones. Pruebe sin usar tablas de verdad que

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)] \text{ es tautología.}$$

P7. Considere las proposiciones p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 y p_6 de tal modo que la proposición

$$[(\overline{p_1 \Leftrightarrow p_2}) \Rightarrow (p_4 \Rightarrow p_3)] \text{ es falsa.}$$

Determinar el valor de verdad de:

$$\sim [(p_6 \vee p_5) \wedge (p_1 \wedge p_2)] \Leftrightarrow (p_3 \Rightarrow p_4).$$

P8. Se define la operación **O exclusivo** como: $p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\overline{p \wedge q})$

a) Encuentre la tabla de verdad del operador $\underline{\vee}$

b) Pruebe las tautologías:

$$\blacksquare \overline{p \underline{\vee} q} \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$$

$$\blacksquare [p \wedge (q \underline{\vee} r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \underline{\vee} (p \wedge r)]$$