Escuela de Verano - Fisica II

Guia de Problemas. A. S. Nunez & N. Zamorano
Publicada el 5 de enero de 2018 Prof. Aux. R. Mancilla & A. Valderrama

1. Preliminares

1. El diametro de una molecula de agua es de aproximadamente 0.3 nm, es decir $3 \times 10^{-10} m$. Considere que usted tiene un vaso de agua de 500 cm^3

   - ¿Cuantas moleculas de agua hay en su vaso? Ahora el contenido de su vaso se vierte en el oceano, esperando que las moleculas contenidas en el vaso se distribuyan homogeneamente en los oceanos.
   - Calcule el volumen de agua en los oceanos del mundo sabiendo que el radio de la Tierra es $R_T \approx 6400$ km, y que la profundidad media de la Tierra es $h \approx 5$ km. Considere ademas que 3/4 partes del planeta estan cubiertas por el mar. Suponga tambien que antes de verter el contenido del vaso en el mar se han "marcado" todas las moleculas de agua que tenia, de modo que sean distinguibles.
   - Calcule la densidad de moleculas marcadas en los oceanos, es decir cuantas moleculas hay por m^3. Note que no es una densidad de masa kg/m^3, sino de particulas, que se expresa en $1/m^3$.
   - Si usted ahora viaja al otro lado del planeta, digamos a Japon, con su vaso, y con este toma agua del mar ... ¿ cuantas moleculas marcadas encontrara?

2. Aplicaciones de trigonometria

   - Determine con la mejor precision posible la diferencia en altura entre la torre central de la escuela y el edificio escuela.
   - Ahora considere el siguiente problema. Desde cada extremo de una base de longitud $2a$, la elevacion angular de una montana es θ y desde el medio de la base la elevacion es ϕ. Pruebe que la altura de la montana es:

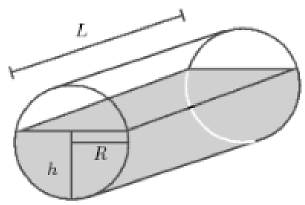
$$h = a \sin\theta \sin\phi \sqrt{\csc(\phi+\theta)\csc(\phi-\theta)}$$

3. Aproximaciones

   - Defina un dia sideral y un dia solar para un habitante de la Tierra (Ver NZ pg. 19) ¿A cuantos radianes por segundo esta girando el planeta Tierra, en torno a su eje de rotacion y en torno al Sol?
   - ¿Cuantos metros *cae* la Luna hacia la Tierra en un segundo?(Utilice el valor de la distancia Tierra-Luna de 384.000 km.) Compare con la aceleracion de gravedad en la superficie de la tierra.
   - ¿A que distancia ve el horizonte un hombre de altura media?

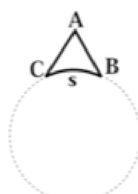
- La parte superior del mastil de un barco esta 20 m. sobre el nivel del mar y desde alli se alcanza a ver la luz de un faro. Despues de media hora de navegar directamente al faro, este se alcanza a ver desde la cubierta que esta a 8 m. sobre el nivel del mar. Determine la velocidad del barco.

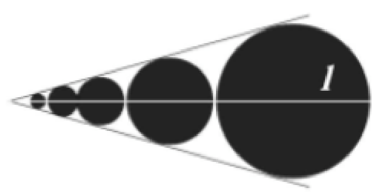
4. Un cilindro recostado de radio R y largo L contiene liquido hasta una altura h como indica la figura. Calcule la nueva altura del liquido cuando el cilindro se coloca en posicion vertical.



5. Areas.-

- El triangulo ABC de la figura consiste en dos segmentos rectos de igual tamano y un arco de longitud s en la periferia de un circulo de radio R. La altura h del triangulo esta dada por la distancia del vertice A al punto medio del arco BC . Determine el area del triangulo.
- En la figura se muestra una secuencia de circulos cuyos centros se ubican a lo largo de una recta ℓ. Los circulos estan en contacto entre si y tienen una tangente comun cuyo angulo con ℓ es α. El mayor de los circulos es de radio R. Determine el area abarcada por todos los circulos.





2. Cinematica

1. Robot

   Un Robot sobre un puente de longitud L avista un tren acercandose con rapidez u. En ese instante el robot se encuentra a una distancia λL $(0 < \lambda < 1)$ del extremo del puente en dirección al tren. Para evitar al tren, el robot contempla ambas salidas para abandonar el puente y concluye que en cada caso es alcanzado por el tren justo al momento de salir. Determine la rapidez del robot.

2. Grafico I En un ascensor, que sube a velocidad constante, el profesor deja caer sus llaves. En el instante en que estas llegan al piso del ascensor las llaves estan a la misma altura que en el instante en que se soltaron. Haga un grafico que ilustre cualitativamente la situacion recien descrita.

3. Paloma Mensajera

   Dos locomotoras viajan con rapidez V_0. En el instante $t = 0$ estan separadas por una distancia d, y viajan en la misma direccion pero en sentido opuesto. En dicho instante, de una de ellas, parte una paloma con velocidad U con respecto a la tierra, tal que ($U > V_0$). La paloma viaja en línea recta hasta alcanzar la otra locomotora. Una vez que la toca, vuelve hasta alcanzar la primera y así sucesivamente hasta que ambos trenes chocan.

- Haga un gráfico de posición versus tiempo, que describa conjuntamente la trayectoria de los dos trenes y la paloma.
- ¿Qué distancia recorrió la paloma desde que dejó el tren por primera vez hasta que éstos se encontraron?

Use los siguientes valores numéricos: $V_0 = 25km/h$, $U = 30km/h$ y $d = 23km$.

4. Gráficos

   Dos móviles, A y B, se encuentran detenidos a una distancia de $30m$ el uno del otro. Repentinamente, A parte del reposo con una aceleración constante de $10m/s^2$, un segundo después parte a su encuentro el cuerpo B, con una velocidad constante de $10m/s$.

   - ¿Qué distancia ha recorrido cada uno de ellos, hasta en instante en que se encuentran?
   - ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?
   - Grafique la posición de ambos móviles en función del tiempo, en un sólo gráfico.

5. Profundidad del Pozo

   Se deja caer una piedra, sin velocidad inicial, desde el borde superior de un pozo y se espera hasta escuchar el ruido que esta produce al chocar con el agua $5s$ después.

   Determine la profundidad del pozo, teniendo en cuenta que el valor de la velocidad del sonido en el aire es $340m/s$.

6. El Monje Viajero

   Un monje sale de su monasterio con la aparición del sol en el horizonte y se dirige hacia una Villa cercana en un cerro. Camina todo el día, con breves descansos, llegando la Villa al atardecer. Al amanecer del día siguiente, retorna al monasterio siguiendo el mismo sendero del día anterior para llegar de regreso al atardecer.

   ¿Cuál es la probabilidad que al bajar pase por un mismo lugar a la misma hora a la cual pasó, en sentido contrario, el día anterior?

7. Estación de trenes

   Un pasajero corre a una velocidad de $4m/s$ para lograr alcanzar el tren. Cuando está a una distancia d de la portezuela más cercana, el tren comienza a moverse con una aceleración constante $a = 0.4m/s^2$ alejándose del pasajero.

   - Si $d = 12m$, y el pasajero sigue corriendo. ¿Alcanzará el tren?
   - Haga un gráfico de la posición $x(t)$ del tren escogiendo $t = 0$ para $x = 0$. En el mismo gráfico dibuje la función $x = 0$ correspondiente al pasajero para diversos valores de la distancia de separación d, incluyendo $d = 12m$, y también hallar d_c, el valor crítico, para el cual el pasajero alcanza apenas el tren.
   - Para la separación críica d_c. - ¿Cuál es la velocidad del tren cuando el pasajero lo alcanza? - ¿Cuál es su velocidad media en este intervalo? -¿Cuál es el valor de d_c?

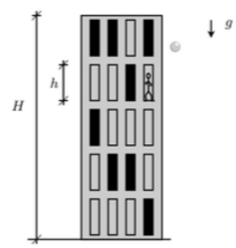
8. Mas graficos

La figura indica el grafico aceleracion versus tiempo en un movimiento unidimensional. Suponiendo que en $t = 0$, el movil se encuentra en el origen y en reposo, construya el grafico velocidad versus tiempo y el de posicion versus tiempo correspondiente. Ud. debe asignar un valor estimado a la aceleracion que aparece en el grafico.

9. Una bola de acero se deja caer desde el techo de un edificio. Un observador parado frente a una ventana de altura h nota que la bola cruza la ventana en τ segundos. La bola continua cayendo hasta chocar en forma completamente elastica con el piso (es decir, el modulo de su velocidad no cambia) y reaparece en la parte baja de la ventana τ_0 segundos despues. Demuestre que la altura del edificio esta dada por

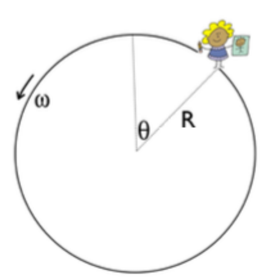
$$H = \frac{g}{8}\left(\tau_0 + \tau + \frac{2h}{g\tau}\right)^2 \tag{1}$$

Note que este resultado no depende explicitamente de la altura a la cual se encuentra la ventana.



10. Considere una rueda de la fortuna. Se trata de un juego consistente en una rueda vertical de radio R que gira con velocidad angular ω constante. Penelope, montada sobre la rueda, deja caer su lapiz cuando se encuentra en un angulo θ (ver figura) con la horizontal. En los instantes posteriores el objeto se desplaza por el interior o exterior de la rueda dependiendo de θ.

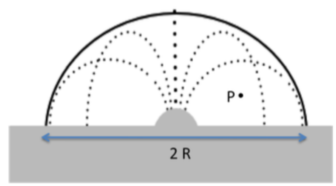
- Determine el angulo critico que separa esas dos opciones. [2 puntos] (Indicacion: una forma de abordar este problema es estudiar la evolucion de r, la distancia del lapiz hasta el centro de la rueda, para tiempos inmediatamente posteriores a la liberacion del lapiz)
- Verifique su respuesta con los casos limite ω grande y chico (Explicitamente, indique que se entiende por chico y grande en este contexto, es decir indique un numero adimensional que debe ser chico o grande.) [2 puntos]
- Encuentre el lugar en el piso en el que caera el lapiz dependiendo del angulo θ al momento de ser liberado. [2 puntos]



11. Desde un regador ubicado en el piso salen gotas de agua en todas las direcciones con la misma rapidez, V. Cada gota, una vez evacuada del regador, describe una trayectoria parabolica debido a la gravedad. Las gotas caen al piso mojando directamente una region de tamano $2R$. La

situacion descrita se representa en el diagrama donde, a modo de ejemplo, hemos indicado algunas trayectorias en forma de lineas punteadas.

- Determine la rapidez de salida de las gotas, V [1 punto].
- Determine la altura maxima lograda por la gotas [1 punto].
- Determine el angulo θ_P de salida de las gotas que pasan por un punto P arbitrario (ubicado a una distancia horizontal x_P y vertical y_P desde el regador)[2 puntos].
- Dependiendo de la distancia horizontal al regador, el agua alcanza distintas alturas. Determine la forma de la region del espacio que es alcanzada por el agua. Es decir, determine la forma del manto que separa la region humeda (a la cual llegan gotas) de la seca (muy altas para las gotas). Para esto considere que los puntos a los que no llega ninguna gota no tienen solucion real para el angulo de la parte anterior. Usando esto determine la ecuacion de la curva continua de la figura [2 puntos].



12. Caida Libre.- Dos particulas se sueltan simultaneamente, desde alturas h_1 y $h_1 + h_2$ y se dejan caer sobre una mesa.

    - Calcule h_2, en terminos de h_1, de modo que el intervalo de tiempo entre golpes en la mesa sea igual al tiempo que le toma a la 1ra particula en golpear la mesa.
    - Una tercera particula se suelta simultaneamente con las anteriores, desde una altura $h_1 + h_2 + h_3$. Calcule la distancia entre esta particula y la que golpea justo antes, de modo que el intervalo de tiempo entre golpes sucesivos sea constante.
    - Considere ahora una una serie de masas i=1, N, atadas por un hilo. En un instante dado el hilo se corta en su parte superior. Para las mismas condiciones senaladas en a) y b) - y usando esos resultados, calcule la distancia entre dos masas consecutivas cualesquiera j y j+1. (Obs: Note que no se le pregunta la altura de ambas masas, solo su distancia relativa)

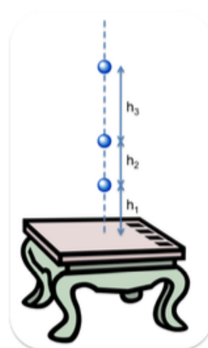


Figura 1: Determinar las distancias para que las masas caigan a un ritmo constante.

13. Desde su departamento en A, Penelope quiere lanzarle un regalo de cumpleanos a Alfonsina, cuyo departamento esta en B. Existe una diferencia de altura H-h y una distancia horizontal D entre ambos puntos.

   - ¿Cual debe ser la componente vertical minima de la velocidad con que Penelope debe lanzar el regalo para que llegue a B?
   - ¿Cual debe ser la componente horizontal minima de la velocidad inicial en A para que el regalo alcance el punto B? Debe considerar su respuesta en la parte a) del problema para contestar esta parte.
   - Dibuje en forma aproximada la trayectoria resultante.
   - Para las condiciones de a) y b), Calcule la rapidez inicial del regalo.
   - Con el modulo de la velocidad calculado en d), determine el angulo θ con el cual debe enviar el regalo para que alcance la puerta Q del edificio de Alfonsina.

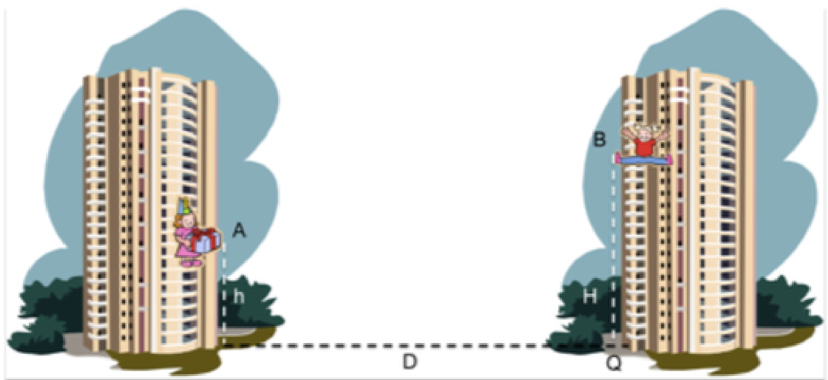


Figura 2: Ayude a Penelope a enviar su regalo a Alfonsina.

14. Los buses de Santiago a Valparaiso salen desde ambos destinos cada 15 minutos. Una vez en la carretera los buses se desplazan a rapidez constante de 100 km/h por largos tramos. Usted viaja en direccion a Valparaiso con una rapidez de 120 km/h.

   - Haga una representacion grafica de los distintos movimientos involucrados.
   - Calcule el intervalo de tiempo que transcurre entre dos encuentros consecutivos con buses que viajan en su misma direccion y sentido.
   - Calcule el tiempo entre encuentros consecutivos con buses que viajan hacia Santiago.

15. Dos moviles que viajan a lo largo de una recta, se dirigen a su encuentro con la misma rapidez v. Si en el instante t=0 se encuentran a una distancia D el uno del otro encuentre el tiempo que demoran en chocar.

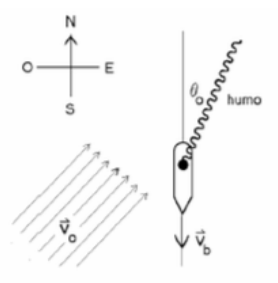
   - Haga un grafico distancia versus tiempo de este movimiento. [1 punto]
   - En algun instante, supongamos t=0, uno de ellos , que tiene una velocidad positiva, (lo identificamos como A), envia una bengala hacia el otro (B). La bengala sale con la misma velocidad que el movil A pero con una aceleracion a¿0. Al llegar a B, este responde, inmediatamente, con otra bengala al igual que lo hizo A: sale con velocidad identica a la del movil B y una aceleracion negativa -a. Asi sucesivamente hasta que colisionan. Haga un diagrama posicion versus tiempo de las tres primeras bengalas y los moviles [2 puntos]. Calcule el tiempo que transcurre entre que sale la primera bengala y colisiona con el otro movil [2 puntos]. ¿A que distancia estan A y B cuando la primera bengala alcanza a B.? [1 punto]

16. El tunel de la Grupa (V Region) fue construido en 1905 para ferrocarriles, pero desde 1943 se uso para trafico rodante. Por ser de una via, en cada extremo se instalo un semaforo cuya luz verde duraba 1 minuto y su luz roja t0 minutos (no hay luz amarilla). La longitud del tunel es de 2000 m, y las caracteristicas observadas de su trafico, en promedio, son:

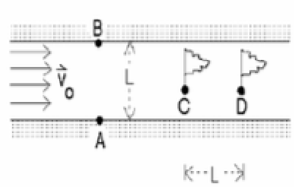
	v_{min}	v_{max}	a_{min}	a_{max}
autos	35 km/hr	65 km/hr	2880 km/hr^2	5500 km/hr^2
camiones	24 km/hr	40 km/hr	1440 km/hr^2	4750 km/hr^2

Considere que un vehiculo que cruza el tunel parte del reposo con una aceleracion comprendida en el rango correspondiente, hasta alcanzar una velocidad comprendida en el rango respectivo, velocidad que mantiene constante hasta cruzar el tunel. Calcule t0 y sincronice los semaforos de modo de evitar que 2 vehiculos que viajan en sentido contrario se encuentren en el tunel.

17. Un barco a vapor se dirige hacia el sur con una velocidad vb = 25 km/h en un area donde sopla un viento desde el suroeste con velocidad v0 = 18 km/h. Encuentre el angulo θ_0 que forma el humo emitido por el vapor con la direccion norte?sur.



18. Considere un rio de ancho L=25 m, en el cual el agua fluye con velocidad v0=1m/s Un nadador recorre el trayecto A - B - A, mientras que un segundo nada el trayecto C - D - C. Los puntos C y D estan anclados fijamente al fondo del rio y la separacion entre C y D es la misma que entre A y B. Si ambos nadan con la misma velocidad v=2,3 m/s respecto al agua, ¿quien ganara la carrera?

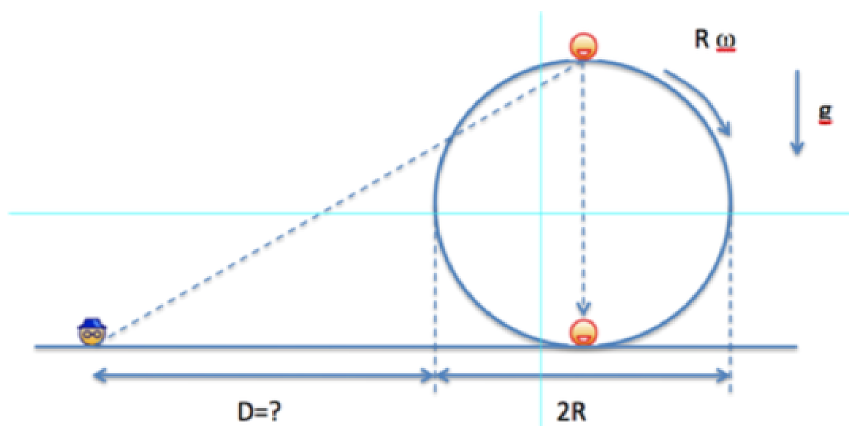


19. Un avion debe viajar una distancia D en direccion oeste-este, para lo cual navegara con su velocidad crucero u. Durante el viaje hay viento con rapidez constante v desde el norte. El piloto contempla dos rutas para llegar a su destino. La primera es orientar la nariz del avion de forma tal que el trayecto resulte un tramo recto entre los puntos de partida y llegada. La segunda consiste en orientar la nariz hacia el este hasta llegar al meridiano destino y continuar el resto del viaje contra el viento. Calcule la duracion del viaje en cada caso y determine el mas breve.

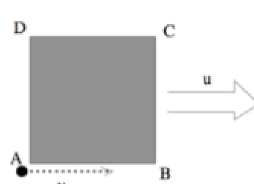
20. Una estudiante de primer ano de la FCFM, cuyo nombre hemos decidido ocultar por motivos legales, decide descansar de los ejercicios y controles pasando una placida tarde dominical en

Fantasilandia. Estando en una rueda de la fortuna (de radio R) que gira con velocidad angular ω, la estudiante es perturbada de su distraccion al ver a su profesor de Introduccion a la Fisica detenido en el piso. Molesta, la estudiante decide cobrar venganza por los incontables ejercicios que le han quitado el sueno, lanzando una piedra directamente a su inocente profesor desde el punto mas alto de la rueda. A pesar de su esfuerzo, su afan vengativo se ve frustrado al ver que la piedra no avanza en la direccion que le quiso dar y muy por el contrario, es sorprendida por la misma que la golpea directamente en la cabeza cuando esta en el extremo inferior de la rueda.

- Determine la distancia a la que estaba el profesor.



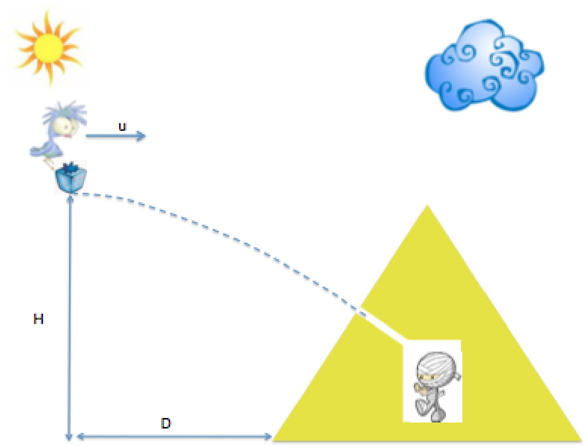
21. En la figura se representa un peloton de forma cuadrada que se desplaza en la direccion indicada con rapidez u. El jefe del peloton (J) hara una revision en marcha de las filas siguiendo el contorno del cuadrado en la secuencia $A \to B$, $B \to C$, $C \to D$ y $D \to A$. El jefe mantendra una rapidez de marcha v durante toda la revision. La longitud de cada lado del peloton cuadrado es L.



- Dibuje claramente la trayectoria de J.
- Calcule el tiempo que tarda J en recorrer los lados $A \to B$ y $C \to D$.
- Determine la direccion con que se desplaza J en el tramo $B \to C$ de modo que el peloton no le pise los talones.

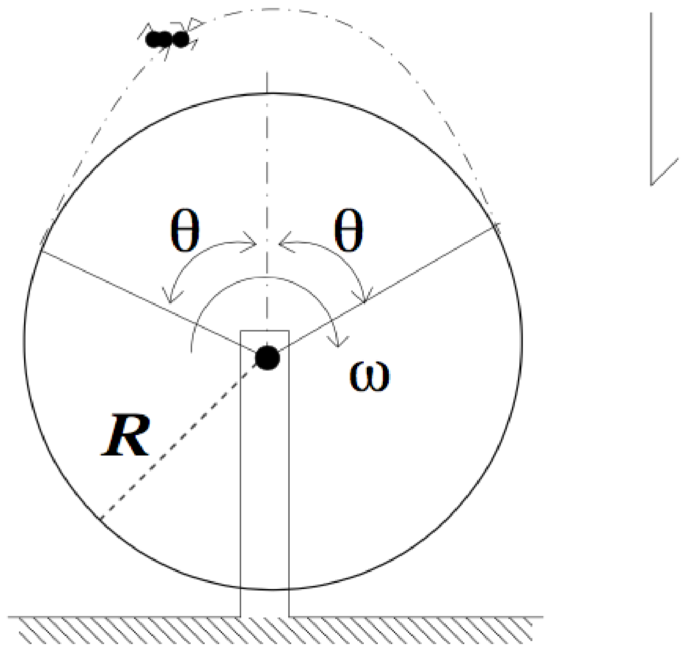
- Calcule el tiempo que requiere J para revisar las filas del peloton.

22. El ibis es un ave egipcia con la mision de entregar una ofrenda al faraon Tutankhamon que espera aburrido en la camara mortuoria de su piramide. El ibis, que vuela con velocidad u, debe dejar caer su ofrenda, desde lo alto de su vuelo, de modo tal que no solo se encuentre con la entrada del canal secreto que conduce a la camara mortuoria (cuyas dimensiones son suficientes para albergar el preciado encargo) sino que ademas tenga la misma direccion del canal en dicho punto (ver figura). Calcule la altura H y la distancia D (indicadas en la figura) desde las cuales el ibis debe soltar la ofrenda, para que el faraon reciba su regalo.
Considere que la piramide, proyectada en el plano de la trayectoria de la ofrenda es un triangulo equilatero de lado a, y que el canal secreto que lleva hacia la camara de Tutankhamon es perpendicular a la cara de la piramide y se encuentra en su punto medio.



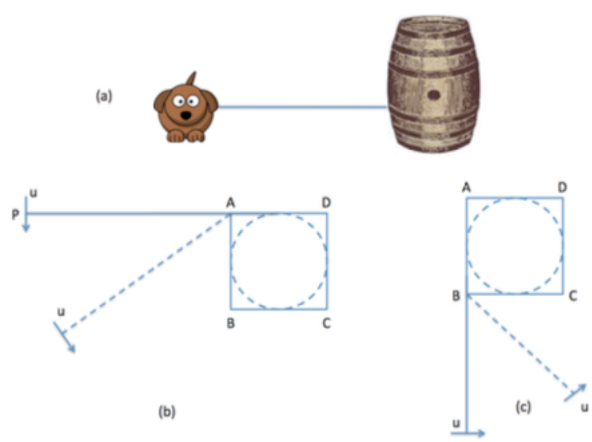
23. Un disco de radio R gira con velocidad angular ω . Una hormiga viaja abrazada al borde de este disco.
    - Para que valor del angulo θ debe soltarse esta hormiga para caer justo en el punto simetrico (con respecto a la vertical) del disco. (Ojo: no necesita encontrar el valor del angulo sino solo una expresion para el valor del coseno o seno de dicho angulo)
    - Considerando la expresion encontrada en la parte anterior. ¿Que valor minimo puede tomar la velocidad angular ω para que exista una solucion?

24. Un perrito se encuentra amarrado a un barril circular de radio R a traves de una correa de longitud $2\pi R$. El perrito, no se sabe si para intentar escapar o quizas por simple diversion, comienza a correr con rapidez constante u en el sentido indicado en la figura. En esta pregunta usted determinara cuanto se demorara el perrito en enrollar su correa completamente al rededor del barril. Para tal efecto se le pide proceder de la siguiente manera. Imaginaremos que la seccion transversal del barril es un poligono regular de N-lados. Esta "aproximacion" parece grosera si N es un numero pequeno pero es facil convencerse de que es muy buena si N es un numero grande.
    - Comencemos considerando que la seccion transversal del barril es un cuadrado de lado L como el indicado en la figura. Asimismo considere que la correa tiene longitud $4L$.
        - Encuentre el tiempo que el perrito demora en llegar desde la configuracion inicial, indicada en la figura (b), en que la correa esta alineada con el lado AD, a la indicada en la figura (c), en que la correa esta alineada con el lado AB.
        - Determine el tiempo que le toma al perrito desde esta ultima configuracion en alinear su correa con el lado BC.



- Determine el tiempo total que tarda el perrito en dar la vuelta entera al cuadrado.

- Ahora considere que la seccion transversal del barril es un poligono regular de N lados de longitud L/N y que la correa tiene longitud L.
  - Determine el tiempo que demora el perrito en dar la vuelta entera al poligono. Si lo requiere puede utilizar, sin probar, la suma $1 + 2 + \cdots + N = N(N + 1)/2$.
  - Discuta su resultado para el caso en que N sea un numero muy grande . Utilice este analisis para determinar el tiempo que demora el perrito en dar la vuelta entera al barril circular.



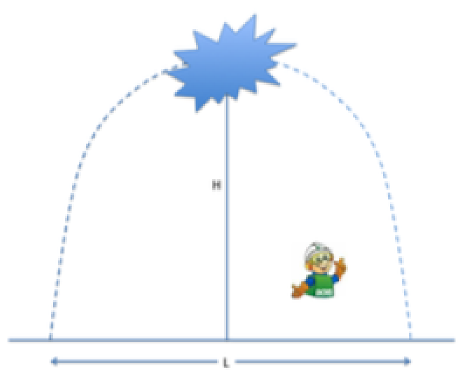
25. Responda las preguntas o comente las afirmaciones siguientes en forma breve (MaXIMO 3 LiNEAS). Justifique su respuesta o afirmacion. (0.5 pts c/u):

- Si la velocidad en un instante es cero, la aceleracion es nula en ese mismo instante.

- Si la aceleracion es nula, entonces la particula no puede moverse.
- Si la aceleracion es nula, ¿que forma(s) puede adoptar la trayectoria?
- Si el modulo de la velocidad es constante, entonces la aceleracion es cero.
- Si la aceleracion es nula, entonces el modulo de la velocidad es constante.
- Desde el reposo se dejan caer, en vacio, dos cuerpos de distinta masa (m y M con $M > m$), desde la misma altura, ¿cual de ellos llega primero al suelo?
- Dos esferas se dejan caer desde lo alto de una torre, una un segundo despues de la otra, la distancia entre ellas a medida que caen: ¿aumenta, disminuye o permanece igual?
- Dos cuerpos se encuentran a una altura h, el primero se suelta desde el reposo y el otro en el mismo instante, con una velocidad horizontal V_0, ¿cual llega primero al suelo?
- Es posible desplazarse a lo largo de una trayectoria curva sin aceleracion?
- Si un objeto realiza un movimiento circular entonces, necesariamente, existe una aceleracion centripeta.
- Si hay una aceleracion tangencial el movimiento no puede ser circular
- Si la aceleracion centripeta es nula el movimiento es circular y uniforme

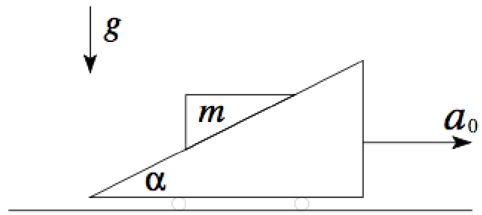
26. Con motivo de las festividades de fin de anho, Segurito conjuntamente con los funcionarios de la Torre Entel, le han pedido que estudie el movimiento de los fuegos artificiales y las esquirlas que estos dejan. Para esto, se le proporciona la siguiente informacion: a) el fuego artificial explosiona cuando llega a su altura maxima, la cual es H; b) las esquirlas salen en todas las direcciones, todas con la misma velocidad v_0

    - Los tecnicos de la Torre Entel, preocupados por el espectaculo, le piden determinar la figura geometrica de la nube de esquirlas en cada instante de tiempo
    - Segurito, preocupado de la seguridad del evento, le pide que, asumiendo H suficientemente grande, determine el ancho minimo de una zona de seguridad bajo la explosion, tal que fuera de ella no llegan esquirlas.



3. Dinamica

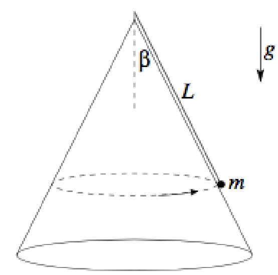
1. Un bloque de masa m esta apoyado sobre la superficie de una cuña, que forma un angulo α con la horizontal. La superficie de contacto entre ambas superficies esta caracterizada por coeficientes de roce estatico μ_e y dinamico μ_d, que son suficientemente grandes de manera que el bloque no desliza si la cuña esta inmovil. Mediante una cuerda, la cuña se fuerza a moverse hacia la derecha con una aceleracion constante a_0, tal como se muestra en la figura.



a) Determine el valor minimo de a_0 de manera que el bloque empieza a deslizar sobre la cuña.

b) Si se cumple al condicion encontrada en la parte (a), calcule la componente vertical de la aceleracion del bloque.

2. Una particula de masa m esta unida por una cuerda de largo L al vertice de un cono, sobre el cual puede deslizar sin roce. El cono esta orientado verticalmente, teniendo un angulo de abertura β. La particula se lanza de manera que se mueve en un movimiento circular con velocidad angular ω constante.



   a) Calcule la magnitud de todas las fuerzas que actuan sobre la particula.

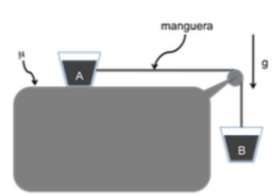
   b) Determine el valor maximo de ω para que la particula no se despegue de la superficie del cono.

3. En un accidente vehicular, las dos mayores causas de lesiones son el contacto directo (es decir, cuando el conductor impacta el parabrisas), y el efecto de las desaceleraciones producidas por los distintos elementos de seguridad (cinturones de seguridad, bolsas de aire, etc.). Suponga que un automovilista que maneja por la ciudad, pierde el control de su vehiculo, frena bruscamente y choca contra un arbol. Estime la aceleracion que experimenta el individuo suponiendo que:

   - No usa el cinturon de seguridad: suponga que el conductor impacta contra el parabrisas y que este no se rompe.
   - Si usa el cinturon de seguridad. Exprese su resultado en terminos de g (aceleracion de gravedad), y considere que la velocidad maxima permitida es 60 Km/hr.

4. Un balde lleno con $N\ell$ litros de agua se encuentra en reposo sobre la superficie de una mesa (A). El balde es amarrado a otro balde (B), inicialmente vacio, mediante una manguera intextensible que permite el paso, desde A a B, de una gotita de volumen ℓ cada τ segundos. Considere que los baldes tienen igual masa, m, que la densidad del agua es ρ y que la manguera (junto con el agua en su interior) tiene masa despreciable. La superficie de contacto entre el balde A y la mesa esta caracterizada por coeficientes de roce μ_c y μ_e.

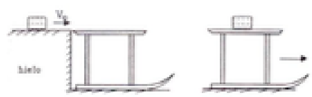
   - Determine cuanto tiempo pasa hasta que los baldes comienzan a moverse.
   - ¿Cuanto cambia la aceleracion de las baldes entre dos gotas consecutivas?



5. Un paquete de masa m, se mueve con rapidez V_0 sobre una superficie de hielo de roce despreciable. En un punto de su trayectoria entra en el tablero horizontal, rugoso, de un trineo de masa M,

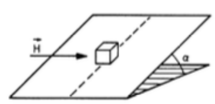
que se puede deslizar sin roce sobre el hielo, como se ilustra en la figura. El coeficiente de roce cinetico entre el paquete y el trineo es μ. El paquete se desliza sobre el trineo hasta que finalmente queda en reposo con respecto al tablero.

- (1 pto.) Escriba el diagrama de cuerpo libre para la masa m y el trineo de masa M cuando ambas masas estan en contacto.
- (0.5 ptos.) Encuentre las aceleraciones correspondientes a cada una de las masas.
- (2 ptos.) Dibuje el gra?co rapidez versus tiempo para ambos cuerpos. En algun instante las dos masas alcanzan la misma velocidad con respecto al piso. Encuentre cuanto demora esto en ocurrir. ¿Que pasa con la fuerza de roce en este instante?
- (2 ptos.) ¿A que distancia del borde del trineo m se detiene sobre la plataforma de M (estan en reposo relativo)?
- (0.5 ptos.) ¿Cual es la velocidad del conjunto, una vez que el cuerpo de masa m queda en reposo con respecto al trineo?

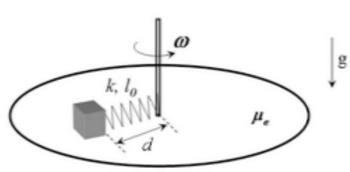


6. Un bloque de peso W descansa sobre un plano inclinado rugoso, el cual forma un angulo α con la horizontal.

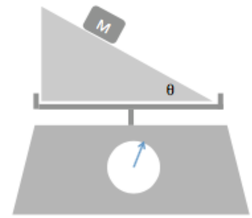
   - Si el coeficiente de friccion estatico es $\mu = 2\tan\alpha$, y sobre el bloque esta actuando una fuerza H horizontal, transversal a la pendiente del plano. Encuentre el valor minimo de H que logra mover el bloque.
   - ¿En que direccion, con respecto al plano, se movera el bloque?



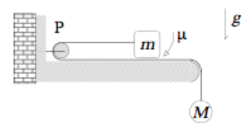
7. Una masa m esta atada al eje de un disco por un resorte de longitud natural l_0 y constante k. El disco gira con velocidad angular ω. El coeficiente de roce estatico entre la superficie y la masa es μ_e. Calcule la distancia maxima y minima de la masa al eje de rotacion, de modo que no resbale.



8. En la figura siguiente la masa M cae por la superficie inclinada de la cuna de masa m con un angulo de inclinacion igual a θ. Si no hay roce entre dichas superficies, ¿cual es el peso indicado en la romana?.

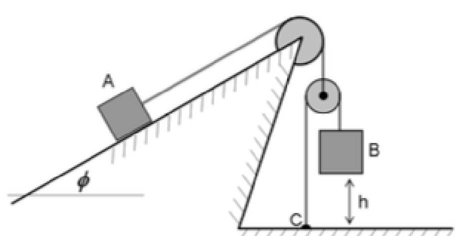


9. En la figura se ilustra un cubo de masa m unido a una bola de masa M mediante una cinta de seda. El sistema se dispone de forma tal que el cubo queda posando sobre la cinta, mientras la bola cuelga verticalmente. No hay roce entre la cinta y la superficie de apoyo horizontal ni tampoco entre la cinta y la polea P. Sin embargo, el contacto entre la cinta y el cubo esta caracterizado por un coeficiente de roce (cinetico o dinamico) μ. Considerando que la bola cae verticalmente arrastrando al cubo hacia la izquierda determine la diferencia entre las tensiones en la cinta a ambos lados del bloque (3pts) y la aceleracion del bloque (2pts). Explique fisicamente cual lado de la cinta esta mas tensa.(1pto)

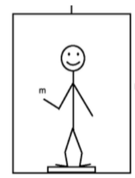


10. Dos bloques A y B de masas m_A y m_B, respectivamente, estan unidos mediante un sistema de cuerdas y poleas tal como se muestra en la figura, en donde el punto C se encuentra fijo al piso. Considerando que las cuerdas y las poleas son ideales.

   - Determinar la aceleracion del bloque B. Analice el sentido de movimiento en funcion de las masas y el angulo ϕ. Incluya el caso $a = 0$ en su discusion.
   - En el caso de que el bloque B es liberado desde una altura h y comienza a descender:
     - Determinar la distancia recorrida por el bloque A, desde el instante en que el bloque B toca el suelo, hasta el instante en que el bloque A se detiene (punto mas alto alcanzado).
     - ¿Cual es la tension en la cuerda que sostiene el bloque A durante este trayecto?
   - Determinar la aceleracion del bloque en el caso de que el plano es horizontal (angulo cero).



11. Un pasajero posa sobre una balanza dentro de un ascensor. El pasajero observa que la balanza registra una carga igual a un 70 % de su peso. Si el ascensor es de masa M y el pasajero de masa m, calcule la tensión que tira el ascensor y compárela con la que se produciría si el ascensor acelera en la misma razón pero en sentido opuesto.



12. Una masa m se encuentra apoyada sobre una cuna de masa M y angulo de elevacion α. La cuna se puede desplazar horizontalmente sin roce sobre un plano. Dos guias restringen el movimiento de la masa m de manera que sea solo en direccion vertical. No hay roce entre la masa m y la cuna como tampoco entre las guias y la masa m. a) Encuentre la relacion que existe entre la aceleracion vertical a_m de la masa m y la aceleracion horizontal a_M de la cuna. b) Haga los diagramas de cuerpo libre de la masa m y de la cuna M. c) Encuentre la aceleracion a_M de la cuna. d) Si entre la cuna y el suel hay roce, ¿cuanto es el valor minimo que debe valer el coeficiente de roce estatico μ_e para que la cuna no acelere?

13. Un pinguino melancolico se para en un trozo de hielo a reflexionar sobre el calentamiento global. El trozo de hielo cuya superficie deja al pinguino en un angulo α con la horizontal. El implacable derretimiento polar que inspira al ave, ha dejado al trozo de hielo en libertad de movimiento horizontal como indica la figura. Al darse cuenta de esto el pinguino evalua su situacion. Sean M y m las masas del trozo de hielo y del pinguino y μ_1 y μ_2 los coeficientes de roce destacados en la figura.

   - Ayude al pinguino y determine que relacion deben cumplir los parametros para garantizar la estabilidad de la posicion del desdichado animal.
   - El pinguino se da cuenta de que su fragil vida esta riesgo pues comenzara a caer inevitablemente. Nuestro especial amigo, en lugar de dejarse llevar por la desesperacion decide dedicar sus ultimos pensamientos al problema de determinar su aceleracion. Puede usted calcular la aceleracion del pinguino y del bloque de hielo se mueve durante la caida del ave.
   - Veri?que su calculo estudiando los limites $\mu_1 \to 0$ y $\mu_2 \to 0$ por separado.

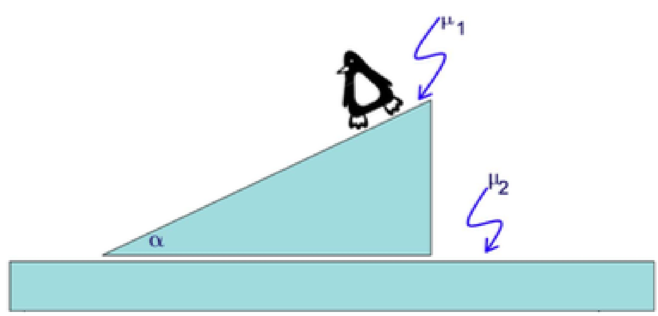
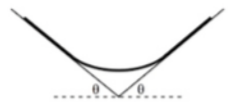


Figura 3: El pinguino esta parado sobre un trozo de hielo que se desliza sobre el suelo (tb. de hielo).

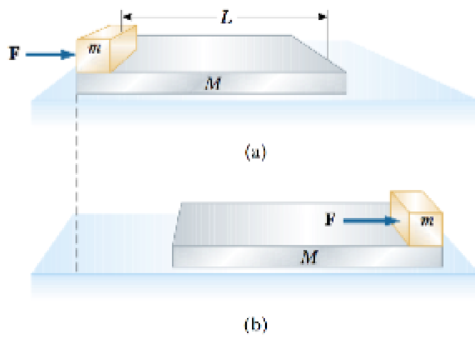
14. Una cuerda descansa sobre dos planos, ambos inclinados en un angulo θ con respecto a la horizontal. Ademas, existe un coeficiente de roce $\mu = 1$ entre la cuerda y los planos. La cuerda mide l y tiene una densidad lineal ρ. Sobre cada plano reposa un trozo λl de cuerda y la situacion es simetrica entre derecha e izquierda.

   - Haga un diagrama especificando las fuerzas que actuan sobre el pedazo de cuerda que cuelga.

- Haga un diagrama especificando las fuerzas que actuan sobre los pedazos que reposan en la superficie.
- ¿Cual es la mayor fraccion de cuerda que se puede tener sin tocar los planos?
- Calcule la tension en el centro de la cuerda.



15. Un bloque de masa m descansa sobre la orilla de izquierda de un bloque de longitud L y masa M. El coeficiente de friccion cinetico entre ambos bloques es μ y la superficie sobre la cual descansa el bloque de masa M no presenta roce. Una fuerza horizontal constante de magnitud F se aplica al bloque de masa m, poniendolo en movimiento, como se indica en la figura.
    - ¿Cuanto tiempo pasa antes de que este bloque llegue a la derecha del bloque de masa M?
    - ¿Que distancia se mueve el bloque de masa M en todo el proceso?



16. Una cuna triangular desliza sin roce sobre un plano inclinado en un angulo θ con respecto a la horizontal. Sobre esta se encuentra un bloque de masa m. Calcule la normal ejercida por la cuna sobre el bloque.
17. Sobre un tablon de masa M en reposo posa un bloque de masa m. El coeficiente de roce cinetico entre el bloque y el tablon es μ. Subitamente se hace resbalar el bloque sobre el tablon mediante un golpe seco el cual le imprime una rapidez inicial v_0. Por efecto de la gravedad terrestre g y la friccion mutua, el bloque arrastra el tablon en tanto que el tablon frena al bloque. Determine el lapso y la distancia que resbala el bloque sobre el tablon.
18. Determine la rapidez maxima a la que puede viajar un automovil que tiene un coeficiente de roce μ con la carretera, en una curva de radio R y peralte que forma un angulo ϕ con la horizontal.
19. Una masa m cuelga de una polea por la que pasa una cuerda que se encuentra verticalmente unida al techo en un extremo y a una masa M en otro. La masa M se encuentra, a su vez, unida verticalmente al techo mediante otra cuerda y el sistema se encuentra inicialmente en reposo. Si en cierto instante la cuerda que une a la masa M con el techo desaparece, demuestre que la aceleracion de esta es:
$$a = \frac{4M + 2m}{4M + m} g$$
Demuestre que esta expresion da el valor correcto en los limites $M \gg m$ y $m \gg M$.

20. Sea μ el coefiente de roce cinetico que actua entre las superfies de la masa m y las cunas (ver figura adjunta). Entre las cunas y el suelo el roce es nulo. Suponga que el valor del roce μ es tal que el sistema no se encuentra en equilibrio (es decir, las cunas se separan y el bloque baja). Sea θ el angulo, M la masa de las cunas y m la masa del bloque. Determine la aceleracion del bloque m.

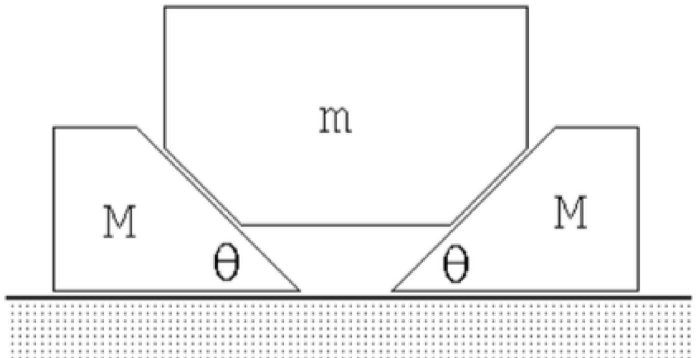


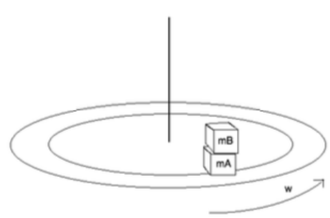
Figura 4: Cunas con roce

21. En una 'Vínvertida de masa M, simetrica y pulida, se pasan dos anillos de masa m unidos por un resorte de constante elastica k y longitud natural L. El sistema es remolcado mediante una cuerda cuya tension T se mantiene constante. El angulo entre las barras de la 'Vés 2β y los anillos mantienen una separacion constante durante el remolque.En ausencia de gravedad determine la separacion entre los anillos.

22. N particulas identicas de masa m se unen mediante resortes identicos de masa nula,constante elastica k y longitud natural L. El sistema toma forma de poligono regular mientras rota en torno a su centro con velocidad angular ω. Calcule la elongacion experimentada por los resortes.

23. Un bloque de masa M que posa sobre la cubierta horizontal de una mesa se une a una bolita de masa m mediante una cuerda ideal. La bolita es soltada desde una distancia L fuera de la mesa, con la cuerda extendida horizontalmente. EL coeficiente de roce estatico bloque-cubierta es μ, y no hay roce entre la cuerda y el canto de la mesa. Calcule el angulo de caida de la bolita sin que el bloque resbale.

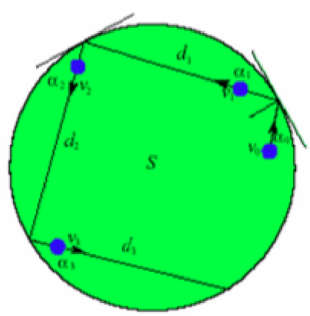
24. Un disco dispuesto en forma horizontal gira con rapidez angular constante y conocida ω en torno a su eje vertical. Sobre el disco y a una distancia R del centro se encuentra el bloque A de masa m_A , y sobre este se encuentra el bloque B , de masa m_B , como se muestra en la figura. El coeficiente de roce estático entre el bloque A y el bloque B es μ_B . Determine el máximo valor de R que asegure que ninguno de los bloques deslizará durante el movimiento.



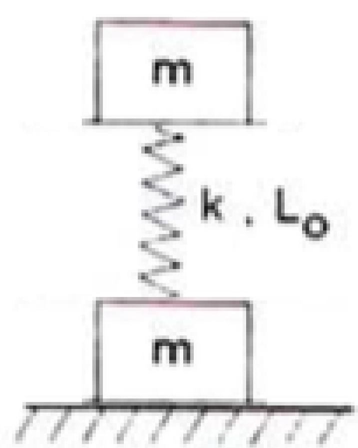
4. Momentum y Energia

1. Considere un billar circular de radio R centrado en el punto S, en el cual se lanza una bola puntual de masa m, rapidez inicial v_0, que forma un angulo α_0 con la tangente al circulo en el punto de contacto con la banda (ver figura). La bola choca elasticamente (eso significa, en este caso, que el modulo de la velocidad es constante) con la banda 1, 2, 3... n veces. Considerando que no existe roce entre la mesa y la bola y que la bola rebota conservando el momentum tangencial. Calcule:

   - Los angulos α_1, α_2... α_n, las velocidades v_1, v_2... v_n, las distancias recorridas entre choques sucesivos con la banda d_1, d_2... d_n y los respectivos tiempos t_1, t_2... t_n.
   - El cambio de momentum (magnitud y direccion) de la bola entre dos choques sucesivos.
   - Calcule la magnitud y direccion de la aceleracion que el billar ejerce sobre la particula, cuando el angulo $\alpha_0 \to 0$.

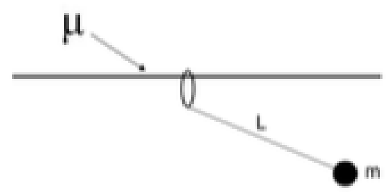


2. Considere dos bloque de masa m unidos por un resorte de constante elastica k. El sistema formado por los dos bloques y el resorte descansa en forma vertical sobre una mesa tal como se indica en la figura. ¿En cuanto debe comprimirse el resorte con respecto al largo natural para que al soltar el sistema este eventualmente se despegue de la mesa?



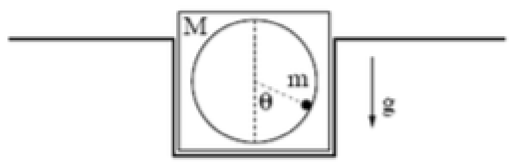
3. Considere una argolla de masa M en una barra, con la cual tiene un coeficiente de roce μ. Ademas, la argolla tiene atada una masa m mediante una cuerda de largo L. Si la masa se suelta

desde el reposo, a la altura de la barra y teniendo al cuerda tensa, encuentre el angulo θ con respecto a la horizontal al cual la argolla comienza a moverse.



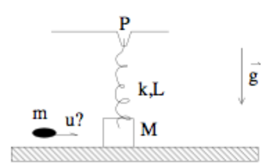
4. Un cubo de masa M tiene un hueco esferico de radio R; el cubo descansa en un orificio de superficies rectas y sin roce. Al interior del cubo hay una bolita de masa m que gira sin ayuda externa en un trayecto circunferencial que pasa por el punto mas baja del hueco. En tal punto la bolita tiene velocidad v_0.

    - Calcule la fuerza de contacto superficie-bolita en funcion del angulo θ medido con respecto a la vertical
    - Determine el rango de v_0 que garantice que la bolita nunca pierda contacto con la superficie, ni el cubo con el fondo del orificio



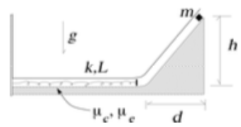
5. Se dispara un proyectil de manera que su alcance y el tiempo de vuelo sean L y T respectivamente. En el punto mas elevado de la trayectoria el proyectil explota dividiendose en dos partes iguales. Tras un tiempo T/2 despues de la explosion, una de las partes cae sobre el lugar de disparo. ¿Donde y cuando caera la otra parte?

6. En la figura se muestra un bloque de masa M, amarrada al punto P mediante un resorte ideal y posando sobre una superficie horizontal resbaladiza. El resorte es de constante elastica k y longitud natural L. En el esquema el resorte esta vertical y sin elongacion. Una bala de masa m es disparada horizontalmente y se incrusta en el bloque.
• Determine la rapidez maxima de la bala a fin de que el bloque nunca pierda contacto con la superficie.
• Describa el movimiento subsecuente.

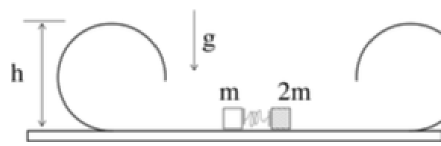


7. Un cuerpo de masa m es soltado sobre un plano inclinado desde una altura h. El extremo inferior del plano inclinado empalma con un plano horizontal donde se encuentra un resorte ideal no

elongado (con una placa de masa despreciable) de constante k y longitud natural L, como se indica en la figura.Considerando que hay roce cinetico y estatico a lo largo de toda la trayectoria, con coeficientes de roce μ_c y μ_e, respectivamente. Calcule el coeficiente de roce estatico para que la masa se quede detenida en la posicion de compresion maxima del resorte.

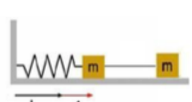


8. Dos bloques inicialmente en resposo comprimen un resorte ideal, de constante elastica k, como se muestra en la figura. Estos se encuentran sobre un piso horizontal perfectamente resbaladizo. Al soltar los bloques se liberan del resorte y salen proyectados en direcciones opuestas. Cada bloque entra con loop (bucle) de diametro h. Determine la compresion del resorte que asegure que ambos bloques pasen por su loop sin perder el contacto en ningun instante.



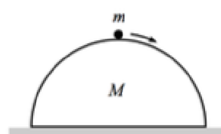
9. Una ametralladora va fija a una plataforma (inicialmente en reposo) que se desliza sin roce sobre un plano horizontal. La ametralladora dispara balas horizontalmente de masa $m = 10g$ a razon de 10 balas por segundo. La velocidad con que son disparadas las balas es de 200 m/s. Si la masa inicial de la plataforma y la ametralladora es de 1000 kg:
   - ¿Cual es la velocidad de la plataforma tras el primer disparo?
   - ¿Cuanto tarda el carro en alcanzar la velocidad de 2 m/s?

10. Considere dos bloques identicos, de masa m que permanecen sobre un piso sin roce. Estan ademas unidos por una cuerda de largo λ, inextensible y sin masa. Una de las masas esta unida a una pared mediante un resorte de constante elastica k y largo natural L. Sobre la masa de la derecha, se aplica una fuerza que aumenta su magnitud lentamente hasta que el resorte se extiende una distancia A a partir de su largo natural. Al dejar de aplicar la fuerza el sistema comienza a moverse.
    a.- ¿Cual es el valor de tension del hilo justo en el instante en que el sistema se libera y comienza a oscilar libremente. Exprese su respuesta en funcion de los datos relevantes del problema: A, k, m y L.
    b.- ¿En que instante la tension en el hilo que une ambas masas se anula?
    c.- ¿Cual debe ser el valor de λ para que ambas masas choquen cuando una de ellas esta instantaneamente en reposo? ¿Es o no el mismo tiempo que tardo en anularse la tension del hilo que los unia?
    d.- Considere el choque de ambas masas: ¿Cual es la velocidad de cada una de ellas inmediatamente despues del choque?
    e.- Explique, cualitativamente (sin ecuaciones), el comportamiento posterior de las dos masas hasta que vuelven a chocar. ¿Que sucede inmediatamente despues de este segundo choque? ¿Existe mas choques, despues de este?

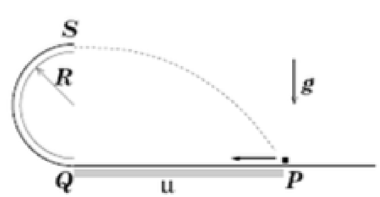


11. En la figura se ilustra una argolla de masa M y diametro D, posando en reposo sobre una superficie pulida perfectamente resbaladiza. Desde un punto en su borde interior, una bolita de masa m es impulsada con rapidez u en forma diametral hacia el otro extremo. De ahí en adelante la bolita experimenta choques elasticos con el canto interno de la argolla.
    Grafique la posicion y velocidad de la bolita en funcion del tiempo.

12. Una particula de masa m se encuentra en el punto mas alto de un hemisferio de masa M, que a su vez reposa sobre una superficie sin roce. Recibe un imperceptible empujon hacia la derecha y comienza a caer.
    • ¿En que angulo (medido desde el punto mas alto) la particula pierde contacto con el hemisferio?. Su respuesta debe quedar expresada como una ecuacion para cos del angulo.
    • Escriba las ecuaciones de conservacion de energia y momentum para este sistema una vez que comenzo el movimiento.
    • Determine las velocidades horizontales del hemisferio y de la particula una vez que esta se despega del suelo.



13. Considere una superficie horizontal rugosa que empalma suavemente en Q con un tubo semicircular pulido de radio R. Un cubo pequeno de masa no nula es lanzado desde P sobre la superficie, penetra por el tubo, y emerge desde su extremo superior S hasta caer sobre el punto de partida P. La longitud del tramo rugoso $\overline{PQ}$ es D y el coeficiente de roce cinetico con el cubo es μ.
    - Determine la rapidez con que debe salir el cubo para que pase lo descrito anteriormente.
    - Analice e interprete su resultado para el caso $D \sim 0$.



14. Considere un bloque de masa M colocado sobre un resorte vertical (fijo a el) de constante k y largo natural L_0. Sobre el bloque se coloca una particula de masa m. Suponga que inicialmente se comprime el resorte en una distancia d con respecto a la posicion de equilibrio del sistema. Calcule la altura (sobre el suelo) a la que la masa m se despega de M y la altura maxima (sobre el suelo) que alcanza la masa m una vez que se libera del resorte.

15. Un resorte de constante k se encuentra inicialmente comprimido una distancia x_0, por medio de un hilo. En los extremos del resorte se han apoyado dos masas M y m, que se mantienen

inmoviles por estar unidas por un hilo. En cierto instante se corta el hilo y el resorte se expande. La particula m sale disparada hacia la derecha y se desliza sin roce sobre una pista, que mas adelante forma un circulo vertical de radio R. Conocidos M, k, x_0 y R, encuentre el maximo valor que puede tener m para que esta particula no deje la pista. Analice el limite $M \to \infty$.

16. Considere dos masas m unidas por una varilla de largo L que no tiene peso. Inicialmente el sistema esta apoyado en una pared, formando un angulo θ_0 con el suelo. El sistema comienza a resbalar sin roce debido a la gravedad. Demuestre que la particula apoyada en la pared se separa de esta a una altura $h = 2h_0/3$ con $h_0 = L\sin(\theta_0)$.

5. Gravitacion

1. Es bien sabido[1] que el astronauta Neil Armstong viajó a la Luna con una pesa. Antes de partir, sin embargo, verificó su buen funcionamiento con una masa de $m_A = 1\ kg$, lo que le arrojó una lectura de 9.8 Newton. Luego que la nave se hubo posado sobre la superficie lunar - donde la aceleración de gravedad g_L se sabe que es aproximadamente $\frac{1}{6}$ de la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra, pero se desconoce su valor exacto - el astronauta seleccionó una piedra lunar B de masa desconocida y la pesó, obteniendo una lectura de 9.8 Newton. A continuación, Mr. Armstrong ató las masas m_A y m_B de los extremos de una cuerda (de masa despreciable) que hizo pasar por una polea (también de masa despreciable). El dispositivo lo colgó del cielo de la nave espacial y observó que la masa m_B caía con una aceleración de 1.2 $\frac{m}{s^2}$. Utilizando esta información, calcule la aceleración de gravedad de la Luna g_L . (Justifique claramente las diferentes etapas del desarrollo).

2. Saturno tiene una masa aproximada igual a 95 veces la masa de la tierra y su radio es 9.44 veces el radio de la tierra (considere que el radio de la tierra es $R_T \sim 6400$ km).

   - Estime la aceleracion de gravedad sobre la superficie de Saturno. Explique las aproximaciones que tome en consideracion.
   - Titan es el satelite natural mas grande de Saturno. El satelite describe su orbita (esencialmente circular) en aproximadamente 16 dias. Estime la distancia entre Saturno y Titan.

3. Considere dos particulas, de masas m y M, que inicialmente estan en reposo y separadas por una distancia muy grande (infinita). Calcule su velocidad relativa de acercamiento atribuible a la atraccion gravitacional cuando su distancia de separacion es d.

4. Considere tres masas identicas dispuestas en reposo en los vertices de un triangulo equilatero de lado a. Si las masas se dejan en libertad, desde el reposo, para moverse solamente bajo los efectos de la atraccion gravitacional entre todas ellas, demuestre que se juntaran en el centro del triangulo. ¿Cuanto tardaran en juntarse?. (Hint: recuerde que la trayectoria rectilinea es un caso particular de una elipse.) Si a las tres particulas se les entrega una velocidad radial (desde el centro del triangulo) de identica magnitud. ¿Cual debe ser esta magnitud para asegurar que las masas puedan escapar la atraccion gravitacional?

5. Movimiento Planetario.-

   - Calcule la desviacion, en metros, de la trayectoria de los planetas Venus, Tierra y Jupiter, en su "caida" hacia el Sol durante 1 segundo. (3 puntos)
   - Veri?que que dichas desviaciones satisfacen una ley de los reciprocos de los cuadrados. Es decir verifique la la distancia caida es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al Sol. (3 puntos)

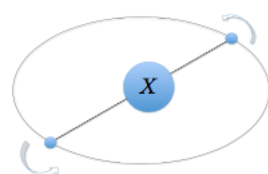
   Use los siguientes datos astronomicos y asuma que las trayectorias de los planetas son circulares.

[1] Esto es ficción.

	Periodo	Distancia al Sol
Venus	0.62 anos	0.723 UA
Tierra	1 ano	1 UA
Jupiter	11.86 anos	5.203 UA

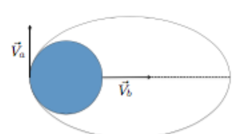
Note que la distancia Tierra-Sol (Unidad Astronomica UA) puede ser estimada por Ud. recordando que la luz solar demora 8 minutos en llegar a la tierra.

6. Un planeta X tiene dos lunas identicas en orbita circunferencial y diametralmente opuestas entre si. Suponga que el radio de orbita de cada luna de este sistema es identico al del sistema Tierra-Luna, que los planetas X y Tierra tienen igual masa (M), y que las masas de las lunas son todas iguales (m). Determine el periodo de rotacion de las lunas en torno a X en funcion del periodo T_o del sistema Tierra-Luna. La interaccion gravitacional entre las lunas no es despreciable.



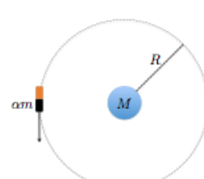
7. Dos proyectiles son lanzados desde la superficie terrestre. Ambos lanzamientos son diseñados de modo que los proyectiles alcancen una distancia maxima al centro de la Tierra igual a λR, con R el radio de la Tierra. El proyectil A es lanzado tangencialmente con respecto a la superficie de la tierra, en tanto B es lanzado verticalmente. Se desprecia el roce con el aire y efectos debido a la rotacion terrestre.

   - Calcule las rapideces de lanzamiento de A y B, y expreselas en funcion de R, λ y g. Indique cual de ella es mayor.



8. Un satelite de masa m se mueve en una orbita circular de radio R alrededor de Saturno (masa M conocida). En un cierto instante, unos pequeños motores se encienden para eyectar hacia delante una parte del satelite de masa αm (con α por determinar). El resto de la sonda espacial queda detenido y cae radialmente hacia el planeta. La explosion de los motores debe ser muy leve pero tiene que garantizar que la porcion lanzada hacia adelante abandone el campo gravitacional de Saturno.

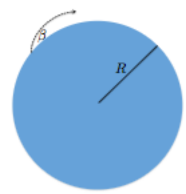
   - Determine la velocidad del satelite antes del encendido de los motores
   - Calcule α para que se pueda realizar esta mision
   - Cual es la energia de eyeccion?



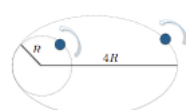
9. Un planeta de masa M y su satelite de masa m orbitan mutuamente manteniendo constante la separacion entre ellos. El periodo de los ciclos orbitales es T y la aceleracion de gravedad en la superficie del planeta de radio R es γ.

   - Determine el radio de la trayectoria del planeta obserbada con respecto al centro de masas del sistema.
   - En base a su resultado estime (en metros) el desplazamiento que experimenta la tierra debido a la orbita de la luna. En este caso $T \approx 27,3$ dias, $m/M \approx 1,2 \times 10^{-2}$, $R \approx 6400[Km]$y $\gamma \approx 10[m/s^2]$

10. Un proyectil es lanzado violentamente con rapidez v_o desde la superficie terrestre. El angulo de elevacion del lanzamiento es β. El radio terrestre es R y la aceleracion de gravedad en su superficie es g. Despreciando los efectos debido a la rotacion terrestre y friccion con el aire, determine la distancia maxima a la superficie h alcanzada por el proyectil. Examine e interprete su resultado en el caso $v_o^2 \ll gR$

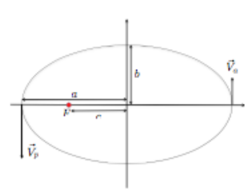


11. Un planeta de masa M describe una orbita circular de radio R en torno al Sol. Un cometa de masa m se mueve en el mismo sentido del planeta, describiendo una orbita eliptica con perihelio R y afelio $4R$ en torno al Sol. Calculo astronomicos indican que, en un futuro cercano, el cometa chocara con el planeta. Si el choque es plastico, determine el valor del afelio de la orbita del sistema planeta+cometa



12. La Figura representa la orbita eliptica de un planeta alrededor del Sol que ocupa el foco F. Si en la elipse las cantidades a y b representan respectivamente el valor del semi-eje mayor y menor, y c designa la distancia del origen de coordenadas O a un foco, demuestre que se cumplen las siguientes relaciones

   - A partir de la conservacion de momento angular, demuestre que $\frac{V_p}{V_a} = \frac{a+c}{a-c}$
   - A partir de la conservacion de energia y del resultado anterior, demuestre que se cumple que $aV_pV_a = GM_o$ donde a es el semieje mayor de la elipse.



Datos conocidos: la masa del Sol, M_o, la masa del planeta m, la constante de gravitacion universal G, las distancias a y c y las velocidades V_a y V_p , del planeta en el afelio y en el perihelio respectivamente.

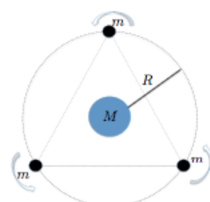
13. Dos particulas de masa M y m estan inicialmente separadas por una distancia muy grande que para efectos practicos la consideramos infinita. Si estas dos masas se dejan libres, la fuerza de atraccion gravitacional comienza a acercarlas. Demuestre que cuando estan separadas una distancia D entre ellas, la velocidad relativa de acercamiento es

$$v = \sqrt{\frac{2G(M+m)}{D}}$$

14. Encuentre la ley de Kepler modificada que relaciona el periodo de la orbita con su radio para el caso de dos masas m y M orbitando una alrededor de la otra describiendo, ambas, una circunferencia con respecto al centro de masa del sistema.

15. Calcular el radio de la orbita circular de un satelite artificial que gira en el plano ecuatorial y que permanentemente esta ubicado sobre el mismo punto de la superficie terrestre (satelite geoestacionario).

16. Tres satetiles de masa m giran en torno a un planeta de masa M a traves de una orbita circular de radio R. Calcular la velocidad que poseen los satelites de tal modo que siempre estan formando un triangulo equilatero en su orbita y ademas giran en el mismo sentido. (No desprecie la fuerza de atraccion entre los satelites)



17. Dos particulas de igual masa se unen mediante una cuerda ideal de longitud h. El par es atraido por un asteroide de masa M. La distancia entre el asteroide y la particula mas cercana es R con $h \ll R$

- Calcule la tension si el par cae hacia el asteroide (No considere la atraccion entre las particulas)
- Considere ahora la atraccion entre las particulas. Demuestre que para encontrar una tension nula en la cuerda, m debe ser igual a $m = M\left(\frac{h}{R}\right)^3$