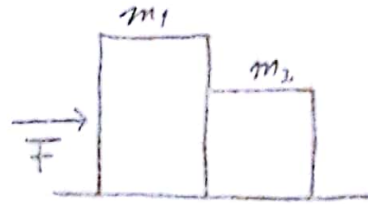
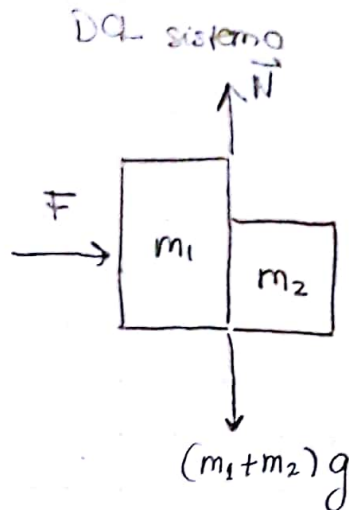


R1



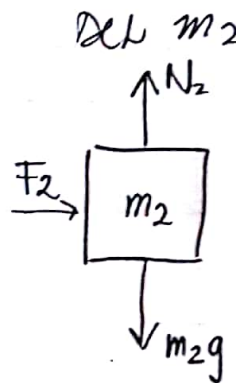
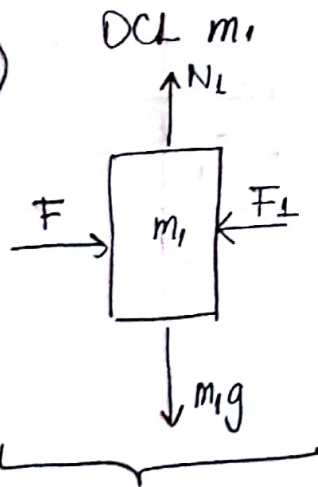
a)



$$\sum F_x: F = (m_1 + m_2) a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 1,14 \frac{m}{s^2}$$

b)



$$F - F_1 = m_1 a$$

$$F - F_1 = m_1 \left(\frac{F}{m_1 + m_2} \right)$$

$$F - \frac{F m_1}{m_1 + m_2} = F_1$$

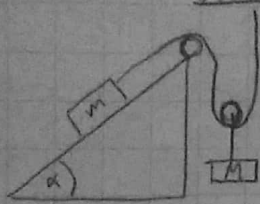
$$\frac{F m_1 + F m_2 - F m_1}{m_1 + m_2} = F_1$$

$$\boxed{\frac{F m_2}{m_1 + m_2} = F_1}$$

$$\rightarrow \boxed{F_2 = -F_1 = 17,1 N}$$

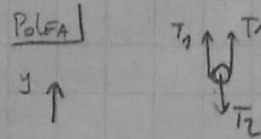
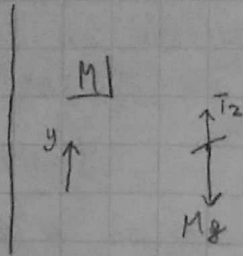
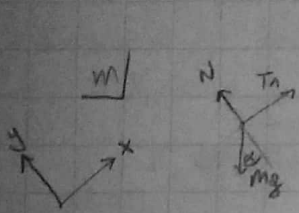
P9

a)



PRIMERO, HACEMOS LOS DCL DE CADA CUERPO:

DCL's



Nota: EN DINAMICA podemos fijar multiples SISTEMAS DE REFERENCIA, UNO POR CADA DCL QUE HACEMOS.

LUEGO, ESCRIBIMOS LAS ECUACIONES DE NEWTON ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) PARA CADA CUERPO EN CADA EJE.

PARA m:

$$\begin{aligned} 1) \quad N - mg \cos \alpha &= 0 \\ 2) \quad T_1 - mg \sin \alpha &= m a_x \end{aligned}$$

PARA M:

$$1) \quad T_2 - Mg = M a_y$$

PARA la POLEA:

$$1) \quad 2T_1 - T_2 = m_p a = 0$$

$m_p = 0$ por ser polea ideal

LUEGO si QUEREMOS que M_{min} SATISFAGA que el SISTEMA NO SE MUUEVA ENTONCES $a_x = a_y = 0$

$$\Rightarrow T_1 = mg \sin \alpha \quad (1) \quad ; \quad T_2 = M_{min} g \quad (2) \quad ; \quad 2T_1 = T_2 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \text{REEMPLAZANDO (2) EN (3)} \quad T_1 = \frac{M_{min} g}{2} \quad \text{y REEMPLAZANDO EN (1)}$$

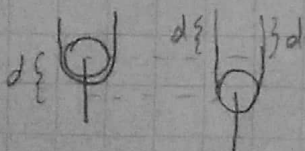
$$\Rightarrow \frac{M_{min} g}{2} = mg \sin \alpha \Rightarrow M_{min} = 2m \sin \alpha$$

$$b) \quad \text{si } M = 2M_{min} = 4m \sin \alpha$$

$$\Rightarrow T_1 - mg \sin \alpha = m a_x \quad ; \quad T_2 - 4mg \sin \alpha = 4m \sin \alpha a_y \quad ; \quad 2T_1 = T_2$$

TENEMOS 3 ECUACIONES y 4 INCOGNITAS, LA CUARTA ECUACION LA OBTENEMOS DE LA GEOMETRIA DEL PROBLEMA

Si la WERDA AMARRADA A M SE MUUEVA d, ENTONCES LA WERDA AMARRADA A DEBE MOVERSE 2d, COMO SE VE EN el dibujo



$$\Rightarrow 2a_x = -a_y$$

LUEGO, TENEMOS LAS ECUACIONES:

$$T_1 - mg \sin \alpha = m a_x \quad (1)$$

$$T_2 - 4mg \sin \alpha = 4m a_y \sin \alpha \quad (2)$$

$$2T_1 = T_2 \quad (3)$$

$$2a_x = -a_y \quad (4)$$

DE LO CUAL DESPEJAMOS DE LA SIGUE MANERA

$$T_2 = 4m \sin \alpha (g + a_y) \quad ; \quad T_1 = m(g \sin \alpha + a_x)$$

Reemplazando

$$\Rightarrow 2m(g \sin \alpha + a_x) = 4m \sin \alpha (g + a_y) \quad \text{por (4)}$$

$$\Rightarrow 2g \sin \alpha - 4g \sin \alpha = 4a_y - 2a_x = 5a_y$$

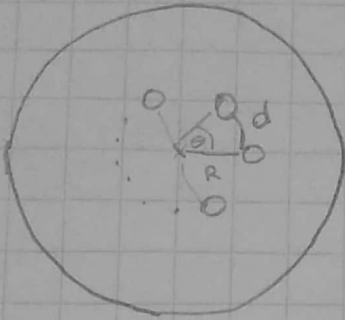
$$\Rightarrow a_y = -\frac{2}{5} g \sin \alpha \quad (a_y \text{ apunta hacia abajo})$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{g \sin \alpha}{5}$$

$$\Rightarrow T_2 = 4m \sin \alpha \left(g - \frac{2}{5} g \sin \alpha \right)$$

$$\Rightarrow T_1 = mg \sin \alpha + \frac{mg \sin \alpha}{5} = \frac{6}{5} mg \sin \alpha$$

P12



PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEBEMOS DETERMINAR θ EL ÁNGULO DE SEPARACIÓN ENTRE DOS PERFORACIONES ¿POR QUÉ?

Porque si sabemos θ podemos saber el tiempo que demora en colocarse el siguiente agujero debajo de la persona y con ese tiempo sacar h .

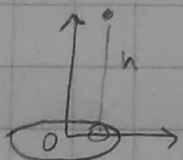
LUEGO EL ÁNGULO θ LO SABEMOS DEBIDO A QUE NOS DICEN QUE LAS PERFORACIONES SE UBICAN A LA MISMA DISTANCIA

$$\Rightarrow d = \frac{2\pi R}{N} \quad (\text{PERÍMETRO TOTAL DIVIDIDO EN LA CANTIDAD DE PERFORACIONES})$$

y como $\underbrace{\theta R = d}_{\substack{\text{ÁNGULO POR} \\ \text{RADIO IGUAL ARCO}}} \Rightarrow \theta = \frac{d}{R} = \frac{2\pi R}{NR} = \frac{2\pi}{N}$

ENTONCES EL TIEMPO QUE DEMORA EL DISCO EN GIRAR θ ES $\frac{2\pi}{N\omega}$ ($t = \frac{\alpha}{\omega}$) y luego h ES TAL QUE EL TIEMPO

QUE SE DEMORA EN CAER ES EL MISMO QUE SE DEMORA EN GIRAR θ



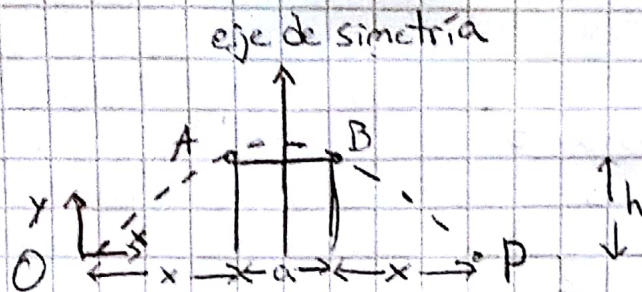
IA PELOTTA CAE AL DISCO

$$y(t) = h - g \frac{t^2}{2} \Rightarrow y\left(\frac{2\pi}{N\omega}\right) = 0 \Rightarrow h - \frac{g}{2} \frac{4\pi^2}{N^2\omega^2} = 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{2g\pi^2}{N^2\omega^2} //$$

P4)

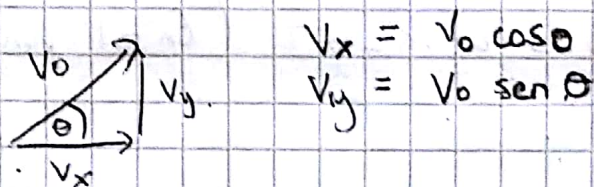
(a)



Como se muestra en el dibujo, una parábola tiene su eje de simetría en la posición donde se alcanza mayor altura

(b) La altura en A y B deben ser las mismas para que exista tal simetría

(c) Descomponiendo la velocidad



Plantando ecuaciones itinerario en x e y. (En el punto P)

x | $2x + a = V_x \cdot t$

y | $0 = V_y t - \frac{gt^2}{2}$

Reemplazando velocidades

$2x + a = V_0 \cos \theta \cdot t \quad (1)$

$0 = V_0 \sin \theta \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$

De (2) $-\frac{gt^2}{2} + V_0 \sin \theta \cdot t = 0$

$\Rightarrow t = \frac{-V_0 \sin \theta \pm \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - \frac{-2g}{2}}}{\frac{-2g}{2}}$

$t = \frac{V_0 \sin \theta}{g} \oplus \frac{V_0 \sin \theta}{g}$

Tomamos signo +
ya que queremos el
tiempo en P y no en O

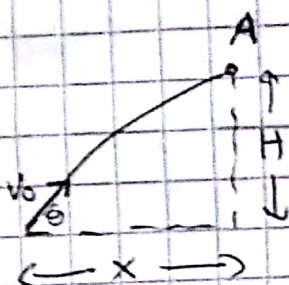
$t = \frac{2 V_0 \sin \theta}{g} \quad (3)$

(3) en (1)

$$2x + a = \frac{V_0 \cos \theta}{g} \cdot \frac{2 V_0 \sin \theta}{g}$$

$$x = \frac{2 V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{2g} - \frac{a}{2}$$

(d)



Ahora x es conocido

Planteando ec. itinerario en x e y. (En el punto A)

x] $x = V_x t$

y] $H = V_y t - \frac{g t^2}{2}$

Reemplazando velocidades y el valor de x

$$x \quad \frac{V_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} - \frac{a}{2} = V_0 \cos \theta t \Rightarrow t = \frac{V_0 \sin \theta}{g} - \frac{a}{2 V_0 \cos \theta}$$

$$H = V_0 \sin \theta t - \frac{g t^2}{2}$$

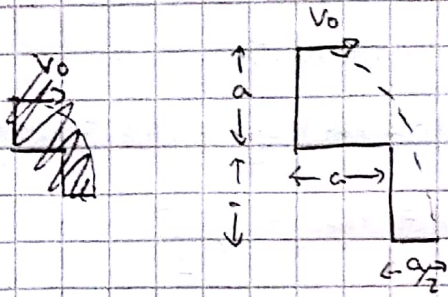
$$H = V_0 \sin \theta \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g} - \frac{a}{2 V_0 \cos \theta} \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{V_0 \sin \theta}{g} - \frac{a}{2 V_0 \cos \theta} \right)^2$$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{g} - \frac{a \sin \theta}{2 \cos \theta} - \frac{g}{2} \left(\frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{g^2} - \frac{2 V_0 \sin \theta a}{g \cdot 2 V_0 \cos \theta} + \frac{a^2}{4 V_0^2 \cos^2 \theta} \right)$$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{g} - \frac{a \sin \theta}{2 \cos \theta} - \frac{g V_0^2 \sin^2 \theta}{2 g^2} + \frac{g \cancel{\sin \theta} a}{2 \cancel{g} \cos \theta} - \frac{g a^2}{8 V_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g} - \frac{g a^2}{8 V_0^2 \cos^2 \theta}$$

P5



(a) Clarificando la parábola

Ec. itinerario en x e y

$$x \mid \frac{3a}{2} = V_0 t \Rightarrow t = \frac{3a}{2V_0}$$

$$y \mid 0 = 2a - \frac{gt^2}{2} \quad \leftarrow \text{reemplazo}$$

$$0 = 2a - \frac{g \left(\frac{3a}{2V_0} \right)^2}{2}$$

$$0 = 2a - \frac{g 9a^2}{8 V_0^2}$$

$$\frac{g 9a^2}{8 V_0^2} = 2a \Rightarrow V_0^2 = \frac{g 9a}{16}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{3}{4} \sqrt{ga}}$$

(b) Ahora la parábola queda

$$x \mid \frac{99a}{2} = V_0 t \Rightarrow t = \frac{99a}{2V_0}$$

$$y \mid 0 = 50a - \frac{gt^2}{2} \quad \leftarrow \text{reemplazo}$$

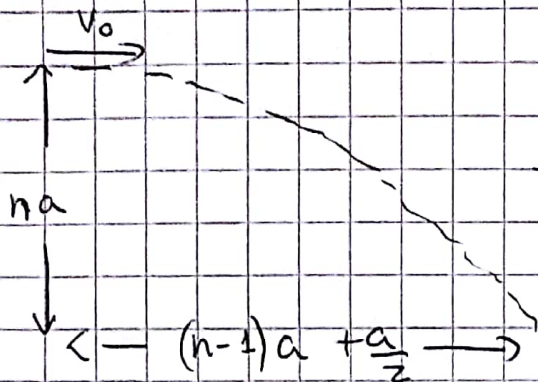
$$0 = 50a - \frac{g \left(\frac{99a}{2V_0} \right)^2}{2}$$

$$0 = 50a - \frac{g 99^2 a^2}{8 V_0^2}$$

$$\frac{g 99^2 a^2}{8 V_0^2} = 50a \Rightarrow V_0^2 = \frac{g a 99^2}{20^2} \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{99}{20} \sqrt{ga}}$$

©

Parábola



Ecs Itinerario

$$x) \quad (n-1)a + \frac{a}{2} = v_0 t \quad (1)$$

$$y) \quad 0 = na - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{De (1)} \quad \left(t = \frac{(n-1)a + \frac{a}{2}}{v_0} \right) \quad (3)$$

(3) en (2)

$$0 = na - g \left(\frac{(n-1)a}{v_0} + \frac{a}{2v_0} \right)^2 / 2$$

$$0 = na - g \left(\frac{2(n-1)a + a}{2v_0} \right)^2 / 2$$

$$0 = na - g \left(\frac{2na - 2a + a}{2v_0} \right)^2 / 2$$

$$0 = na - g \left(\frac{2na - a}{2v_0} \right)^2 / 2$$

$$\frac{g(2n-1)^2 a^2}{8 v_0^2} = na$$

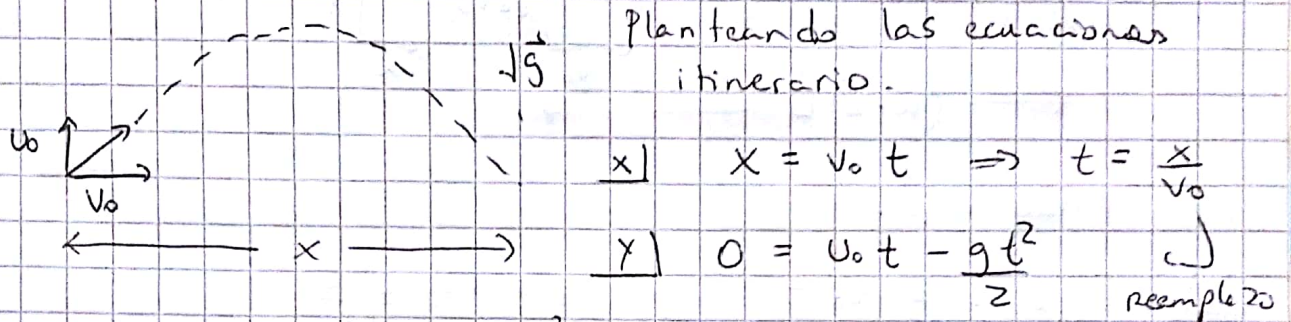
$$v_0^2 = \frac{g(2n-1)^2 a}{8n}$$

$$\boxed{v_0 = \frac{(2n-1) \sqrt{ga}}{2 \sqrt{2n}}}$$

P6

(a) El pasajero dentro del tren ~~se~~ observa un lanzamiento vertical con velocidad inicial U_0 , dado que se encuentra en un tren que no acelera.

(b) Para un observador externo la trayectoria de la maleta es una parábola.



$$0 = \frac{U_0 x}{U_0} - \frac{g}{2} \left(\frac{x}{U_0} \right)^2$$

$$0 = \frac{U_0 x}{U_0} - \frac{g x^2}{2 U_0^2}$$

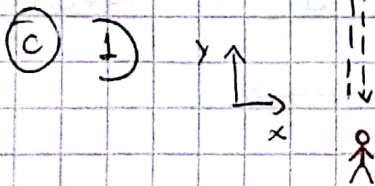
$$\frac{g x^2}{2 U_0^2} = U_0 x$$

$$x \left(\frac{g x}{2 U_0^2} - U_0 \right) = 0$$

$x=0$ caso en $t=0$ ✗

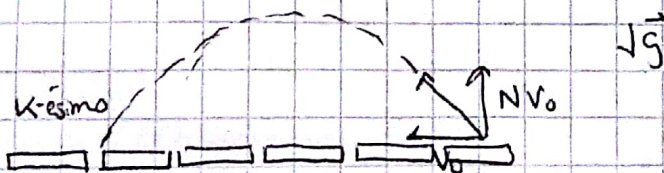
$$\frac{g x}{2 U_0^2} - U_0 = 0 \quad \checkmark$$

$$x = \frac{2 U_0^3}{g}$$



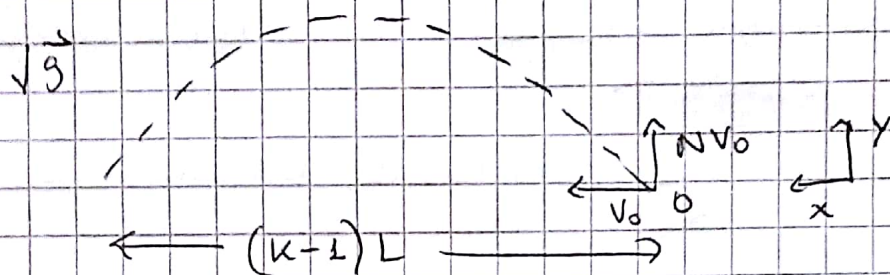
El observador en reposo ve un lanzamiento vertical ya que las velocidades en el eje x se contrarrestan. Y solo queda la velocidad en y .

2) Desde el pasajero ahora se observa un lanzamiento para bólico



Para que apenas llegue al k -ésimo vagón necesita recorrer una distancia de:

$(k-1)L$ Entonces la parábola es...



Ec. itinerario...

$$x) (k-1)L = v_0 t \Rightarrow t = \frac{(k-1)L}{v_0}$$

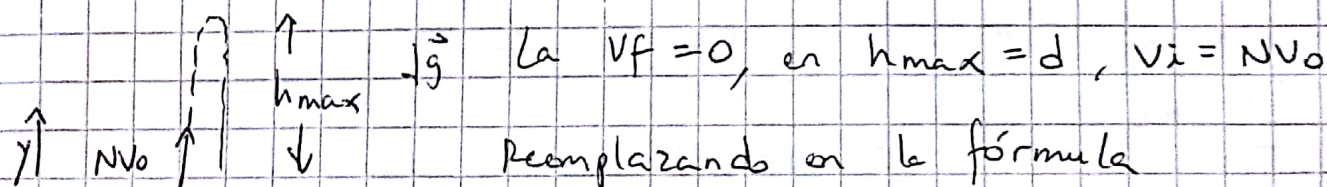
$$y) 0 = NV_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad \leftarrow \text{reemplazo}$$

$$0 = NV_0 \frac{(k-1)L}{v_0} - \frac{g(k-1)^2 L^2}{2 v_0^2}$$

$$\frac{g(k-1)^2 L^2}{2 v_0^2} = N(k-1)L$$

$$\frac{g(k-1)L}{2N} = v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL(k-1)}{2N}}$$

3) Utilizando la fórmula torricelli ($v_f^2 - v_i^2 = 2ad$) solo analizamos el movimiento en el eje Y.



$$-(NV_0)^2 = 2(-g)h_{\max}$$

$$N^2 v_0^2 = 2g h_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{N^2 v_0^2}{2g}$$

PAUTA

PREGUNTA 2 AUXILIAR 5.

- Comenzaremos recordando conceptos. En Dinámica estudiamos las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Como una nemotécnica las clasificaremos en 3C. (Contacto, Conexión, Campo)

• Tipos de Fuerzas

- ▶ Contacto :
 - Normal (perpendicular a la superficie de contacto)
 - Fricción (tangencial a la superficie de contacto)
- ▶ Conexión
 - Tensión (cuando uno dos masas con una cuerda)
 - Elástica (cuando uno dos masas con un resorte)
- ▶ Campo (son producidas por un campo)
 - gravitacional → Peso (siempre apunta en la dirección de g)
 - Eléctrico
 - Magnético

} No son importantes para este curso

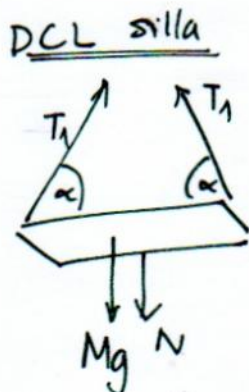
⊛ Recordar que las fuerzas actúan de a pares por el principio de Acción y Reacción, y estas fuerzas no se anulan pues actúan en cuerpos diferentes.
Pasos Guía para abordar un problema.

- 1° Hacer un DCL (Fijarse que se han anotado todas las fuerzas)
- 2° Fijar un sistema de Referencia y descomponer las fuerzas aquí.
- 3° Escribir las ecuaciones con 2° Ley de Newton.

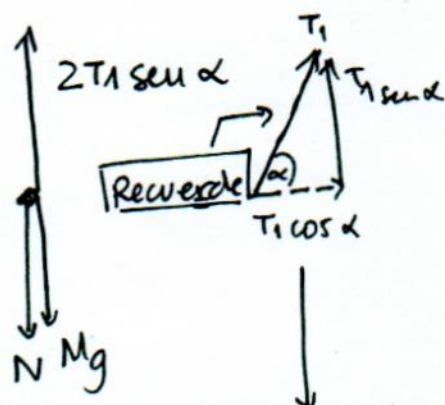
$$\boxed{\sum F = m \cdot a}$$

- 4° Resolver lo que piden.

(i)



=



Las componentes horizontales se cancelan

DCL Niña (La consideramos un punto).



=



=>



[Note que la fuerza que ejerce la niña es igual a la tensión de la cuerda]

[T = 2T1 sen alpha, pues así no se va a la cuerda.]
-> REVISAR P1

=> Escribiendo 2º Ley de Newton

$$T - N - Mg = 0$$

$$\textcircled{1} T = N + Mg$$

$$T + N - mg = 0$$

$$\textcircled{2} T + N = mg$$

} Aquí optamos por despreciar la masa M, pero podríamos considerarlo

=> Tomaremos $\textcircled{1} + \textcircled{2}$

$$2T + \cancel{N} = \cancel{N} + mg + Mg$$

$$T = \frac{mg + Mg}{2} \Rightarrow \text{despreciando } M \text{ de la silla} = \frac{mg}{2}$$

[Recuerden que inicialmente NUNCA deben despreciar las masas de ningún cuerpo, sólo lo hacen cuando se lo indican]

ii) Movimiento con una aceleración a_0

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad T - mg - N &= m \cdot a_0 \\ \textcircled{B} \quad N + T - Mg &= Ma_0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \textcircled{A} \quad T - mg - N &= m \cdot a_0 \\ \textcircled{B} \quad N + T - Mg &= Ma_0 \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{Fijense que no estamos despreciando} \\ \text{la masa } M \text{ inicialmente, solo lo haremos} \\ \text{al final para considerar un caso general. al comenar} \end{array}$$

Sumando $\textcircled{A}$ y $\textcircled{B}$

$$2T - mg - Mg = Ma_0 + ma_0$$

$$2T = Mg + Ma_0 + mg + ma_0$$

$$2T = M(g + a_0) + m(g + a_0)$$

$$2T = (M + m)(g + a_0)$$

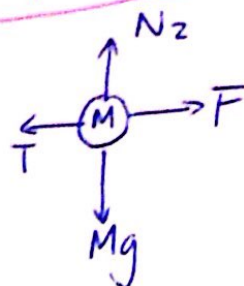
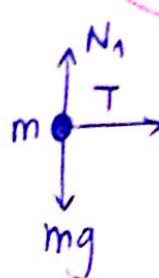
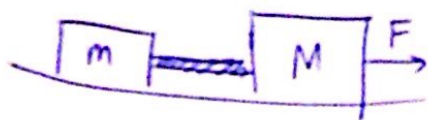
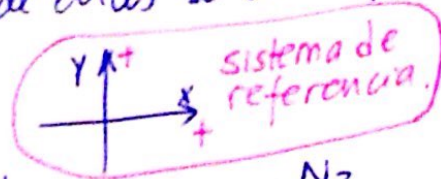
$$T = \frac{(M + m)(g + a_0)}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{despreciando} \\ \text{la masa } M \text{ de} \\ \text{la silla} \end{array} = \frac{(g + a_0)m}{2}$$

iii) Esto se justifica por Acción y Reacción ya que en este caso las fuerzas terminan por aplicarse en "el mismo cuerpo" y se anulan. Recordemos que 'en el mismo cuerpo' nos referimos al zapato y el cuerpo que están "unidos". por eso se cancelan.

P8

Considerando por separado cada una de las masas y las fuerzas que actúan en cada una de ellas se tiene que:

DCL



[Dibujo situación]

Como están unidos por una barra ideal, la aceleración de m y M será la misma, pues la barra no se comprime ni extiende.

* Notar que $N_1 \neq N_2$ pues representan la reacción de la superficie en presencia de cada masa en particular, es decir las respuestas son distintas cuando los cuerpos son diferentes.

$$(a) \underline{m} \quad \sum F_x: T = m \cdot a \quad (1) \quad \underline{M} \quad \sum F_x: F - T = M a \quad (3)$$

$$\sum F_y: N_1 - mg = 0 \quad (2) \quad \sum F_y: N_2 - Mg = 0 \quad (4)$$

Sumando las ecuaciones (1) y (3) se tiene que.

$$\cancel{T} + F - \cancel{T} = ma + Ma$$

$$F = a(M + m)$$

$$\boxed{\frac{F}{(M + m)} = a}$$

(b) • fuerzas que actúan en m : $\begin{cases} \rightarrow T \\ \rightarrow mg \\ \rightarrow N_1 \end{cases}$

• fuerzas que actúan en M : $\begin{cases} \rightarrow F \\ \rightarrow Mg \\ \rightarrow N_2 \\ \rightarrow T \end{cases}$

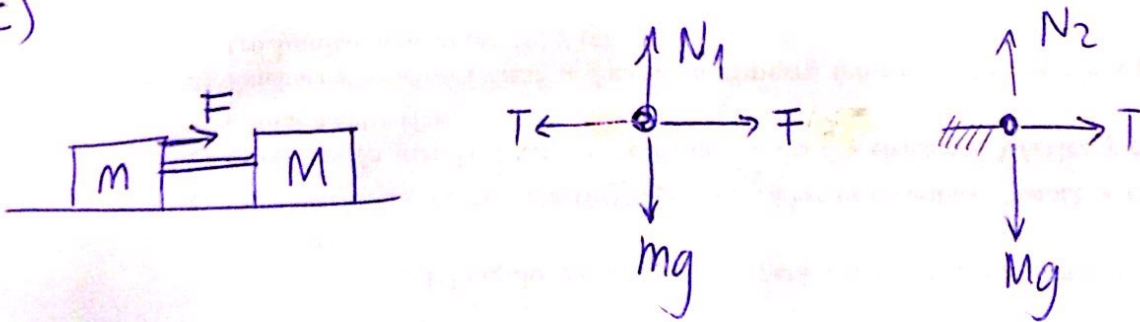
Utilizando ecuaciones (1), (2), (3) y (4) se tiene que.

$$T = m \cdot a \Rightarrow \boxed{T = \frac{m \cdot F}{(m+M)}}$$

$$N_1 - mg = 0 \Rightarrow \boxed{N_1 = mg}$$

$$N_2 - Mg = 0 \Rightarrow \boxed{N_2 = Mg}$$

(c)



$$\left. \begin{array}{l} F - T = m \cdot a \\ + \quad T = M \cdot a \end{array} \right\} F = (m+M)a \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{m+M}}$$

No cambia la aceleración pues el sistema de masas m y M es afectado por las mismas fuerzas.

$$T = M \cdot a \Rightarrow \boxed{T = \frac{M \cdot F}{(m+M)}}$$

(d) Si se agrega otra masa se tiene que el sistema de 3 masas acelera y por lo tanto se tiene que.

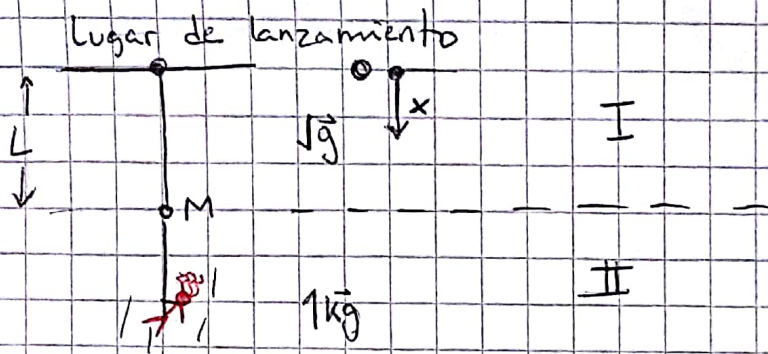
$$\boxed{m} - \boxed{M} - \boxed{m_1} \xrightarrow{F} \Rightarrow \boxed{m+M+m_1} \xrightarrow{F}$$

$$\Rightarrow F = (m+M+m_1) \cdot a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m+M+m_1}$$

• de esta forma disminuye la aceleración dado que aumenta la masa.

P11



a)

Tiempo en hacer tramo I : $L = g \frac{t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}}$ (Por Ec. Itinerario)

Velocidad en M : $V_M = g t_1$

Reemplazo $t_1 \rightarrow V_M = g \sqrt{\frac{2L}{g}} \Rightarrow V_M = \sqrt{2gL}$

Tiempo en hacer tramo II : $0 = V_M - k g t_2$ (Por Ec. $V_f = V_i + a t$)
con $V_f = 0$

Reemplazo $V_M \rightarrow 0 = \sqrt{2gL} - k g t_2$

$k g t_2 = \sqrt{2gL}$

$t_2 = \sqrt{\frac{2L}{g}} \frac{1}{k}$

Para pasar por 2da vez por M, necesita hacer 1 vez el tramo I y 2 veces el tramo II.

$\Rightarrow$ tiempo que tarda = $t_1 + 2 t_2$

$t^* = \sqrt{\frac{2L}{g}} + 2 \sqrt{\frac{2L}{g}} \frac{1}{k}$

$t^* = \left(1 + \frac{2}{k}\right) \sqrt{\frac{2L}{g}}$

b) Usando Ec. torricelli : ($V_f^2 - V_i^2 = 2 a d$)

reemplazo V_M
 $- V_M^2 = 2 (-k g) d$

$\cancel{+ 2 g L} = \cancel{- 2 k g d}$

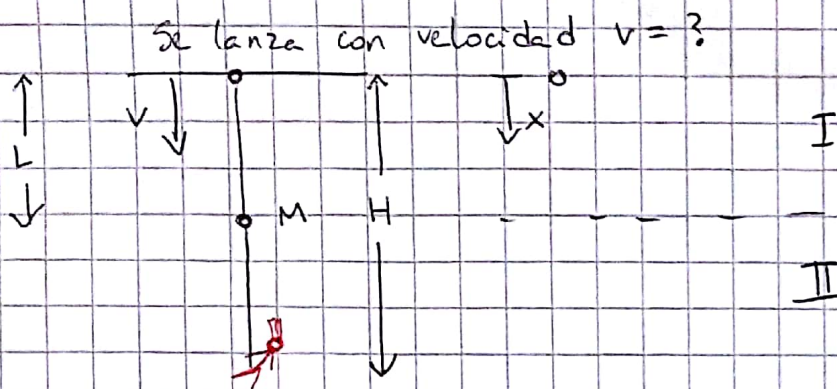
$L = k d \Rightarrow d = \frac{L}{k}$

con $d =$ distancia de M al suelo, por ser caso extremo en que no hay accidentes

equivalente a

Por lo tanto la altura es $L + d \Leftrightarrow L + \frac{L}{k}$

② Caso nuevo



Tramo I: $L = vt_1 + g \frac{t_1^2}{2}$

$g \frac{t_1^2}{2} + vt_1 - L = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 4g/L}}{2g/L}$

tomamos $+$ para que $t_1 > 0$

$t_1 = \frac{\sqrt{v^2 + 2gL} - v}{g}$

Velocidad en M: $v_M = v + gt_1$

$v_M = v + g \left(\frac{\sqrt{v^2 + 2gL} - v}{g} \right)$

$v_M = \sqrt{v^2 + 2gL}$

Usando Torricelli ($v_f^2 - v_i^2 = 2ad$)

$-v_M^2 = 2(-kg)d$

$\cancel{v}^2 + 2gL = \cancel{v}^2 + 2kgd$

$v^2 + 2gL = 2kgd$

$d = \frac{v^2 + 2gL}{2kg}$

Caso límite en : $L + d = H$ ← reemplazo d que sale igual

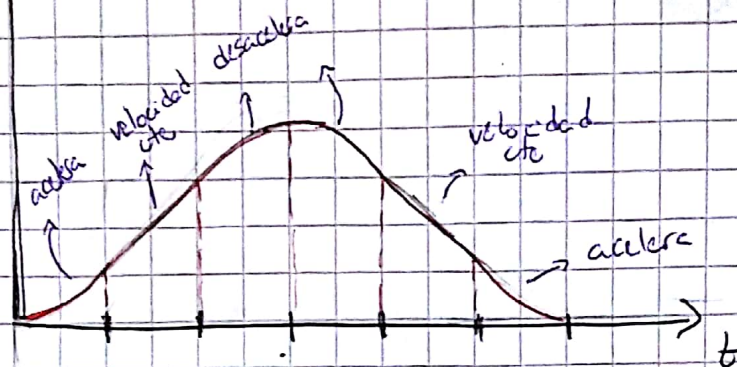
$L + \frac{v^2 + 2gL}{2kg} = H$

despejando velocidad v $v^2 + 2gL = (H - L) 2kg$

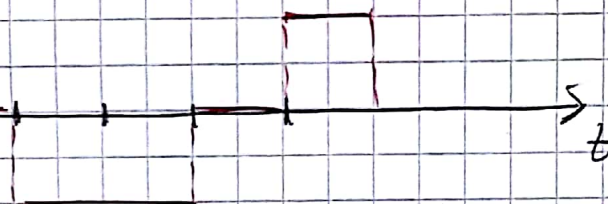
$v^2 = (H - L) 2kg - 2gL$

P12

$x(t)$



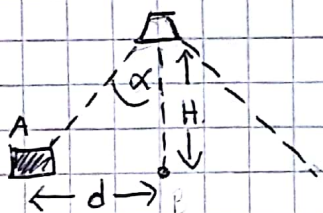
$a(t)$



P13

(En $t=0$)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{H} \Rightarrow d = H \operatorname{tg} \alpha$$

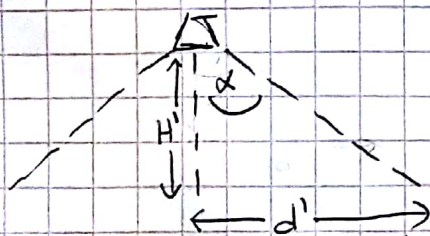


(En $t>0$)

$$H' = H + v_0 t$$

reemplazo

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d'}{H'} \Rightarrow H' \operatorname{tg} \alpha = d'$$



$$(H + v_0 t) \operatorname{tg} \alpha = d'$$

Tramo a recorrer : $d + d' = H \operatorname{tg} \alpha + (H + v_0 t) \operatorname{tg} \alpha$
para salir de la luz

Ecuación de movimiento : $x(t) = v_0 t$
para el móvil A

Iguando $x(t) = d + d'$ (Posición del móvil con tramo a recorrer)

$$v_0 t = H \tan \alpha + \cancel{H \tan \alpha} (H + v_0 t) \tan \alpha$$

$$v_0 t = 2H \tan \alpha + v_0 t \tan \alpha$$

$$v_0 t - v_0 t \tan \alpha = 2H \tan \alpha$$

$$t (v_0 - v_0 \tan \alpha) = 2H \tan \alpha$$

$$t = \frac{2H \tan \alpha}{v_0 - v_0 \tan \alpha}$$

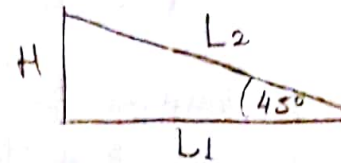
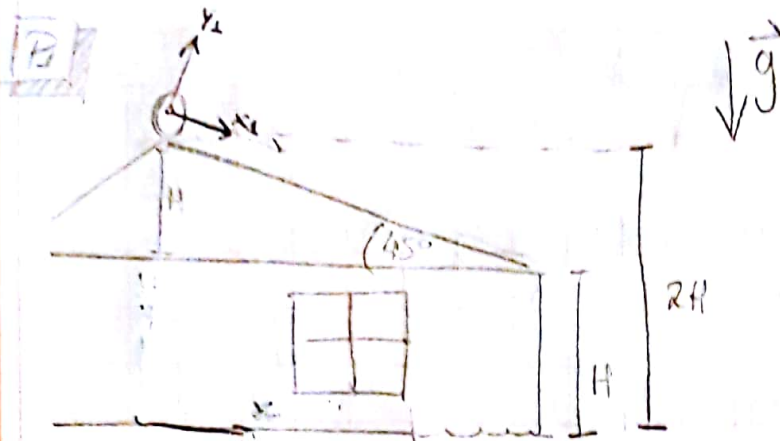
tiempo en salir
de la luz

(b) El tiempo se indefinir o tiende a infinito cuando

$$v_0 - v_0 \tan \alpha = 0 \quad (\text{El denominador vale cero})$$

$$v_0 = v_0 \tan \alpha \rightarrow \text{condición para que no pueda salir de la luz}$$

Ejerc. de entrenamiento



$$\tan 45^\circ = \frac{H}{L_1}$$

$$L_1 = \frac{H}{\tan 45^\circ}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{H}{L_2}$$

$$L_2 = \frac{H}{\sin 45^\circ}$$

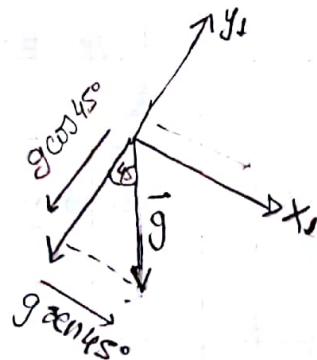
a) Ecuaciones cinéticas de la pelota, según el sistema de ref. y_1, x_1

$$x_1(t) = x_{1i} + v_{1i}t + a_{1i}\frac{t^2}{2}$$

$x_{1i} = 0 \rightarrow$ porque parte desde el origen

$v_{1i} = 0 \rightarrow$ porque parte desde el reposo

Para determinar a_{1i} debemos descomponer $\vec{g}$



$$\Rightarrow a_{1i} = g \sin 45^\circ$$

$$\text{Entonces } x_1(t) = (g \sin 45^\circ) \frac{t^2}{2}$$

$$\text{y } v_1(t) = (g \sin 45^\circ) t$$

Cuando la pelota está a punto de despegarse del techo habrá recorrido L_2 de distancia en un tiempo t_u

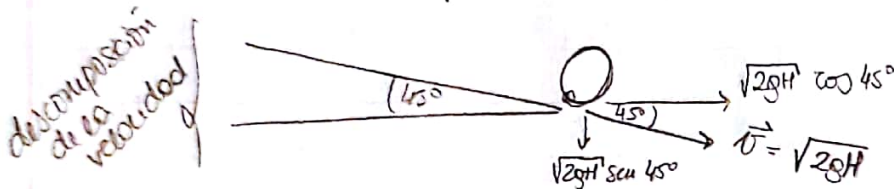
$$\Rightarrow L_2 = (g \sin 45^\circ) \frac{t_u^2}{2}$$

despejando t_1 tenemos

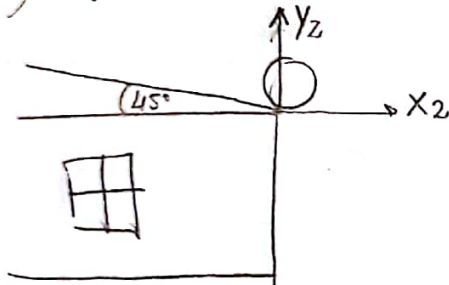
$$t_1 = \sqrt{\frac{2L_2}{g \sin 45^\circ}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (H / \sin 45^\circ)}{g \sin 45^\circ}} = \frac{1}{\sin 45^\circ} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

si reemplazamos t_1 en $V_1(t)$ encontraremos la velocidad en ese punto:

$$\begin{aligned} V_1(t_1) &= (g \sin 45^\circ) \left(\frac{1}{\sin 45^\circ} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right) \\ &= g \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2Hg^2}{g}} = \sqrt{2gH} \end{aligned}$$



b) Usamos un nuevo sistema de ref.



la velocidad inicial en cada eje será

$$\begin{aligned} V_{x2i} &= \sqrt{2gH} \cos 45^\circ \\ V_{y2i} &= -\sqrt{2gH} \sin 45^\circ \end{aligned}$$

Las ecuaciones itinerario para el problema son.

$$Y_2(t) = Y_{i2}^0 + V_{y2i} t + a_{y2i} \frac{t^2}{2}$$

$$(1) Y_2(t) = -\sqrt{2gH} \sin 45^\circ t - g \frac{t^2}{2}$$

$$X_2(t) = X_{i2}^0 + V_{x2i} t + a_{x2i} \frac{t^2}{2}$$

$$(2) X_2(t) = \sqrt{2gH} \cos 45^\circ \cdot t$$

Cuando la pelota llega al suelo habrá caído H verticalmente en un tiempo t_2 , si lo reemplazamos en (1)

(1)

$$-H = -\sqrt{2gH} \sin 45^\circ t_2 - g \frac{t_2^2}{2}$$

despejando t_2

$$\frac{g}{2} t_2^2 + \sqrt{2gH} \sin 45^\circ t_2 - H = 0$$

$$t_{2\pm} = \frac{-\sqrt{2gH} \sin 45^\circ \pm \sqrt{2gH \sin^2 45^\circ + 4 \frac{g}{2} H}}{g}$$

sabiendo que $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$2 \cdot \frac{g}{2}$$

$$t_{2\pm} = \frac{-\sqrt{2gH} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \sqrt{2gH \cdot \frac{1}{2} + 2gH}}{g}$$

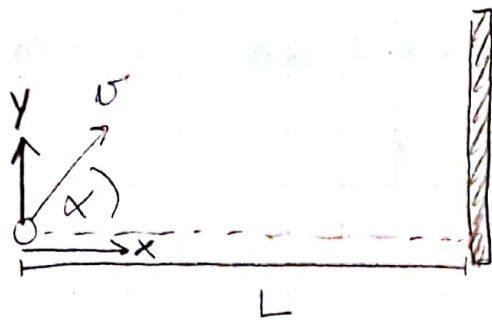
$$t_{2\pm} = \frac{-\sqrt{gH} \pm \sqrt{3gH}}{g} = \frac{\sqrt{gH}}{g} (-1 \pm \sqrt{3})$$

Como $t_2 > 0$, nos quedamos con el valor positivo
y entonces $t_2 = (\sqrt{3} - 1) \sqrt{\frac{H}{g}}$

Reemplazando t_2 en $x_2(t)$ sabremos la distancia
entre la muralla y el punto de impacto.

$$\begin{aligned} x_2(t_2) &= \sqrt{2gH} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{3} - 1) \sqrt{\frac{H}{g}} \\ &= (\sqrt{3} - 1) H // \end{aligned}$$

P2



Resolvamos el problema algebraicamente.

Veamos las condiciones iniciales según nuestro sist. de ref.

	Eje Y	Eje X
Posiciones iniciales	0	0
velocidad inicial	$v \sin \alpha$	$v \cos \alpha$
aceleración	$-g$	0

Las Eo. de itinerario en 2D serían.

$$y(t) = 0 + (v \sin \alpha)t - g \frac{t^2}{2}$$

$$x(t) = 0 + (v \cos \alpha)t + 0$$

- a) Para calcular el tiempo sólo necesitamos $x(t)$, pues en ese tiempo habrá recorrido horizontalmente L metros. Entonces reemplazamos en la ecuación y despejamos t_1

$$x(t_1) = L = (v \cos \alpha) \cdot t_1$$

$$\rightarrow \boxed{t_1 = \frac{L}{v \cos \alpha}}$$

- b) Reemplazando t_1 en $y(t)$ sabremos la altura a la que llega a la pared.

$$y(t_1) = (v \sin \alpha) \cdot \frac{L}{v \cos \alpha} - g \frac{\left(\frac{L}{v \cos \alpha}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{y(t_1) = L \tan \alpha - \frac{g L^2}{2 v^2 \cos^2 \alpha}}$$

c) reamos las ecuaciones itinerario para las velocidades

$$v_y(t) = v \sin \alpha - g t$$

$$v_x(t) = v \cos \alpha$$

→ luego las componentes de la velocidad cuando la pelota llega a la pared serán.

En el eje y = $v_y(t_1) = v \sin \alpha - \frac{g L}{v \cos \alpha}$

En el eje x = $v_x(t_1) = v \cos \alpha$

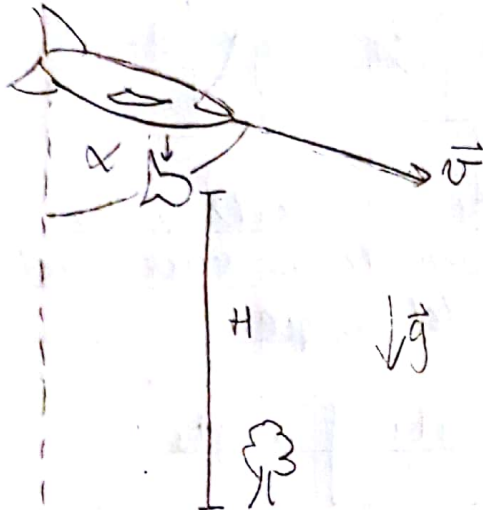
P3

Análisis del problema.

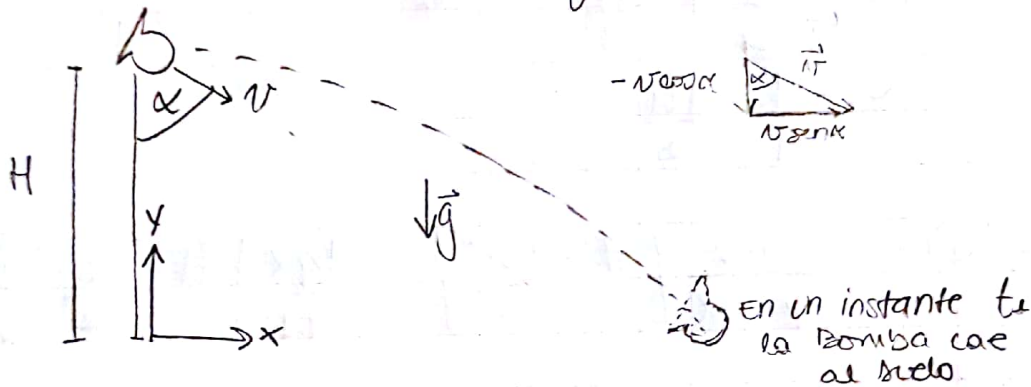
$$\alpha = 56^\circ$$

$$H = 720 \text{ m}$$

$$t_L = 5,1 \text{ s}$$



La bomba inicialmente tiene la misma velocidad del avión. $[v]$ que se puede descomponer en sus componente vertical y horizontal.



describamos su mov. miento

Eje y

$$Y(t) = H - (v \cos \alpha)t - g \frac{t^2}{2}$$

$$V_y(t) = -v \cos \alpha - gt$$

Eje x

$$X(t) = 0 + (v \sin \alpha)t$$

$$V_x(t) = v \sin \alpha$$

- a) sabemos que cuando la bomba cae al suelo, según nuestro sistema de referencia, ésta estará a una altura igual a 0 y habrá pasado un tiempo t_L . Con estos datos podemos reemplazar en $Y(t)$ y obtener v que es la velocidad del bombardero.

$$Y(t_L) = 0 = H - (v \cos \alpha)t_L - g \frac{t_L^2}{2}$$

$$(v \cos \alpha)t_L = H - g \frac{t_L^2}{2} \Rightarrow v = \frac{1}{(\cos \alpha)t_L} \left[H - g \frac{t_L^2}{2} \right]$$

b) Para esto reemplazamos t_1 y v en $x(t)$

$$x(t) = \frac{\sin \alpha}{t_1 \cos \alpha} \left[H - g \frac{t_1^2}{2} \right] \cdot t_1 = \tan \alpha \left[H - g \frac{t_1^2}{2} \right]$$

c) Si reemplazamos v y t_1 en $v_x(t)$ y $v_y(t)$ tendremos las componentes de la velocidad en el instante justo antes del choque.

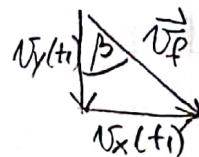
$$\begin{aligned} v_y(t_1) &= - \frac{\cos \alpha}{t_1 \cos \alpha} \left[H - g \frac{t_1^2}{2} \right] - g t_1 \\ &= - \frac{H}{t_1} + \frac{g t_1}{2} - g t_1 \\ &= - \frac{H}{t_1} - \frac{g t_1}{2} \end{aligned}$$

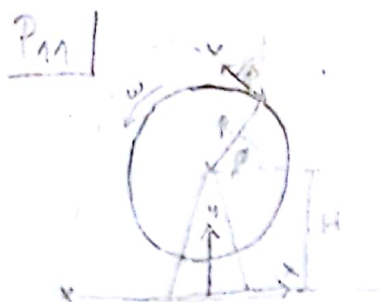
$$v_x(t_1) = \frac{\sin \alpha}{t_1 \cos \alpha} \left[H - g \frac{t_1^2}{2} \right] = \frac{\tan \alpha}{t_1} \left[H - g \frac{t_1^2}{2} \right]$$

d)

$$\| \vec{v}_{\text{final}} \| = \sqrt{v_y(t_1)^2 + v_x(t_1)^2}$$

$$\beta = \arctg \left(\frac{v_x(t_1)}{v_y(t_1)} \right)$$





Definimos el sistema de referencia con los ejes usuales con origen en el piso y en el mismo eje de la rueda de la fortuna como se indica en la figura.

Debido a que la rueda gira, la velocidad inicial del telefono es ωR en la dirección tangencial del pto de lanzamiento

$$\Rightarrow V_y = \omega R \cos \phi \quad ; \quad V_x = -\omega R \sin \phi$$

Asimismo la posición inicial del telefono esta dada por la descomposición de R en los ejes x e y

$$\Rightarrow X_0 = R \cos \phi \quad ; \quad Y_0 = H + R \sin(\phi)$$

Luego, con esta información podemos escribir las 2 ec. itinerario

$$X(t) = R \cos \phi - \omega R \sin \phi t \quad ; \quad Y(t) = R \sin \phi + H + \omega R \cos \phi t - \frac{g t^2}{2}$$

Ahora, imponemos que $Y(t^*) = 0$ donde t^* es el tiempo que demora el telefono en caer al piso

$$\Rightarrow 0 = H + R \sin \phi + \omega R \cos \phi t^* - \frac{g t^{*2}}{2} \Rightarrow t^* = \frac{\omega R \cos \phi \pm \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2 \phi + 2g(H + R \sin \phi)}}{g}$$

Luego, nos quedamos la solución positiva pues la otra da un $t^* < 0$ (lo cual no nos sirve)

$$\Rightarrow t^* = \frac{\omega R \cos \phi + \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2 \phi + 2g(H + R \sin \phi)}}{g}$$

$$\Rightarrow X(t^*) = R \cos \phi - \omega R \sin \phi t^* = R \cos \phi - \frac{\omega R \sin \phi}{g} (\omega R \cos \phi + \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2 \phi + 2g(H + R \sin \phi)})$$

Lo cual nos da la posición de caída del telefono