

FM1003-2 Matemática III: Límites y Derivadas

Profesor: Sebastián Zamorano

Auxiliares: Matías Azócar & Joaquín Cruz

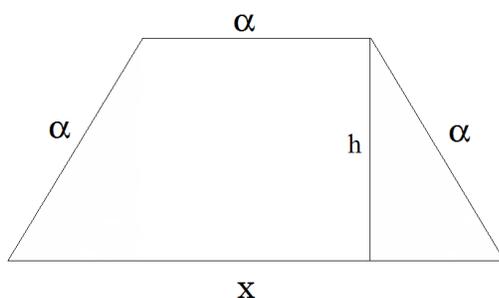


Para estudiantes de Educación Básica y Media.

Auxiliar 12

24 de enero de 2018

P1.- Se dispone de un alambre de largo 3α ($\alpha > 0$), con el cual se desea formar un trapecio isosceles con 3 lados iguales de largo α y el cuarto de largo x . Determine el valor de x para el cual el área del trapecio es máxima. Justifique su respuesta.



P2.- Un alambre, de 100 cm de longitud, se corta en dos partes. Con una se forma un círculo y con la otra un cuadrado. Como debe ser el corte para que:

- La suma de las áreas de las dos figuras sea máxima.
- La suma de las áreas de las dos figuras sea mínima.

P3.- Sea $g(x)$ función tal que $|g(x)| \leq x^2$ para $x \in [-1, 1]$, demuestre que g es derivable en $x = 0$ y escriba $g'(0)$

P4.- Derive las funciones:

$$a) \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

$$b) \frac{1}{2x^2} + 3x - \pi$$

$$c) \frac{x^2 - 2x}{x + 2tg(x)}$$

$$d) x^4 - 4x^2 + 9$$

$$e) \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$f) (x^5 + x^3 + 2x + 3)^{100001}$$

$$g) \text{sen}^2(x)\cos(x)(x^\pi + 3x^2 + 2)$$

P5.- Encuentre las asíntotas de:

$$f(x) = \frac{x^2 + |x| + 1}{x - |x|}$$

P6.- Derive las funciones:

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)} \quad g(x) = \sec^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

y pruebe que $f'(x) = g'(x)$

P7.- Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones derivables tales que:

$$(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = -xf(x), \quad g'(x) = xg(x), \quad f(0) = g(0) = 1$$

- Pruebe que $f \cdot g$ es constante. Deduzca que $f(x), g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Estudie crecimiento, máximos y mínimos de f .
- Calcule f'' en función de f (y no de f'). Estudie convexidad y concavidad de f .
- Demuestre que f es par.
- Estudie el crecimiento de f'

Función	Derivada
$(f \cdot g)'(x)$	$f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\left(\frac{f}{g}\right)'(x)$	$\frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}$
a	0
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$
$\text{cos}(x)$	$-\text{sen}(x)$
$\text{tg}(x)$	$\text{sec}^2(x)$
$\text{sec}(x)$	$\text{sec}(x) \cdot \text{tg}(x)$
$\text{cosec}(x)$	$-\text{cosec}(x) \cdot \text{cotg}(x)$
$\text{cotg}(x)$	$-\text{cosec}^2(x)$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$

Cuadro 1: Derivadas conocidas en \mathbb{R}