

FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas**Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliares:** Patricio Yáñez y Sebastian Aguilera**Auxiliar N°8 : Funciones III Animo!****18 de enero de 2017**

P1. Considere $f(x) = \sqrt{\frac{|x| + 2}{|x| - 2}}$

- a) Calcule dominio, imagen (recorrido), paridad, signos, raíces (ceros) y crecimiento. Bosqueje el gráfico de f .
- b) Estudie inyectividad y epiyectividad (sobreyectividad) si $f : (2, \infty) \rightarrow (1, \infty)$

P2. Haga el gráfico de las siguientes funciones

a) $f(x) = \lfloor -2x + 5 \rfloor$

b) $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor$

P3. La temperatura T (medida en grados Celsius) de un cuerpo está dada como función del tiempo t (medido en horas), por la expresión matemática

$$T(t) = 21 \cdot 2^{-0,4t} + 15.$$

- a) ¿Cuál es la temperatura inicial del cuerpo?
- b) El cuerpo en cuestión, ¿se está enfriando o calentando? Justifique.
- c) Calcule el tiempo que debe transcurrir para que la temperatura del cuerpo sea de 27°C .

P4. En la escala de Richter, la intensidad M de un terremoto se relaciona con su energía E (en Ergios) por medio de la fórmula

$$\log(E) = 11,4 + 1,5M$$

- (a) Si un terremoto tiene 1000 veces más energía que otro. ¿Cuántos grados mayor es su índice de Richter M ?
- (b) ¿Cuál es la razón de la energía del terremoto San Francisco, ocurrido en 1906 ($M = 8,3$), con la del Eureka de 1980 ($M = 7$)?

P5. Considere $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- a) Estudie el dominio, ceros y paridad de f .
- b) Demuestre que f es decreciente en $(0, 1)$ y creciente en $]1, +\infty[$.
- c) Probar que $\forall x > 0, f(x) \geq 2$ y deducir que $\forall x < 0, f(x) \leq -2$, use esto para graficar la función
- d) Pruebe que $f :]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ es inyectiva.
- e) Muestre que $f : [1, \infty[\rightarrow [2, \infty[$ es biyectiva y calcule f^{-1} .

P6. a) Pruebe que las funciones

$$f(x) = 3x - 2, \quad g(x) = \frac{x}{2} - 2$$

son ambas biyectivas de \mathbb{R} en \mathbb{R}

b) Defina ahora la función

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 2 \\ g(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

¿Qué ocurre con la biyectividad de esta nueva función? Justifique claramente su respuesta.