

FM1003-2 Matemática III: Límites y Derivadas

Profesor: Sebastián Zamorano

Auxiliares: Matías Azócar & Joaquín Cruz



Para estudiantes de Educación Básica y Media.

Auxiliar 6

15 de enero de 2018

P1.- Considere los siguientes ocho diagramas, que representan relaciones entre los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

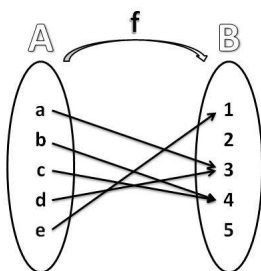


Figura 1: (a)

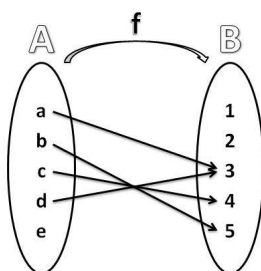


Figura 2: (b)

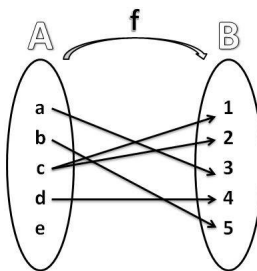


Figura 3: (c)

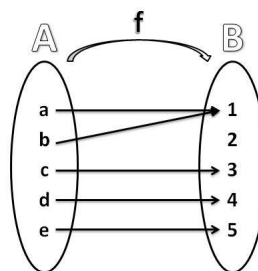


Figura 4: (d)

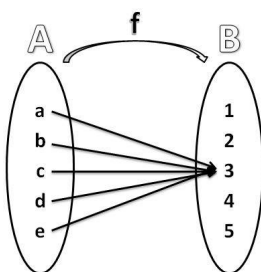


Figura 5: (e)

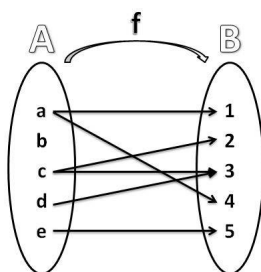


Figura 6: (f)

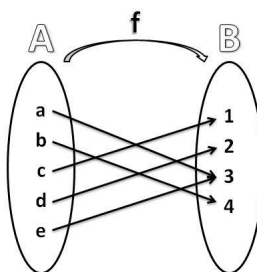


Figura 7: (g)

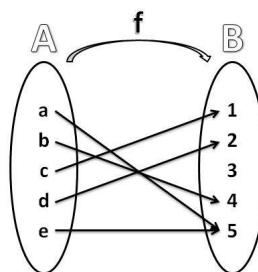


Figura 8: (h)

- a) ¿Cuáles de ellos no representan una función?
- b) Para los diagramas que sí representan funciones, indique el recorrido de cada función representada.
- c) Para los diagramas (a) y (h):
- ¿Existen elementos del dominio que compartan una misma imagen?
 - ¿Cuál es la preimagen de 4 en cada caso?
 - ¿Todos los elementos de B poseen preimagen?

P2.- Estudie inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{2x^2 - 5x + 4}$

P3.- Un proyectil es lanzado desde un acantilado, que se encuentra a 90 metros sobre el nivel del mar. Si la altura del proyectil esta dada por:

$$h(x) = -10x^2 + 80x + 90$$

donde x es la distancia horizontal, medida desde el borde del acantilado.

- a) Calcule la altura maxima que alcanza el proyectil
- b) ¿A que distancia del acantilado el proyectil toca el agua?
- c) Grafique la trayectoria del proyectil, indicando los puntos más importantes.

P4.- Obtener dominio, ceros, intersecciones con el eje OY y OX, imagen, paridad, asíntotas, crecimiento y un bosquejo del grafico de las siguientes funciones.

- a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$
- b) $g(x) = \frac{x}{2-x}$

Propuestos

P5.- Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función definida por:

$$f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{2|x| - 6}}$$

- a) Demuestre que el dominio de f es $A = [-11, -3] \cup [3, 11]$
- b) Determine ceros, signos y paridad de la función
- c) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- d) Determine $f(A)$, la imagen de f , y explique por que la función no es inyectiva y sobreyectiva.
- e) Determine el mayor $I \subset A$ donde la función se inyectiva y decreciente. De tal modo, determine la inversa de la función sobre esta restricción.
- f) Haga un bosquejo de f .

P6.- Sea $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida para cada $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

- Demostrar que $f(x) : x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
- Demostrar que f es inyectiva
- Se define una nueva funcion $g : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$ tal que en cada $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ se tiene que $g(x) = f(x)$. Pruebe que g es biyectiva y calcule su inversa.