

FM1003-2 Matemática III: Límites y Derivadas**Profesor:** Sebastián Zamorano A.**Auxiliares:** Matías Azócar & Joaquín Cruz

Para estudiantes de Educación Básica y Media.

Solución P1 (e)

11 de enero de 2018

Sol: Tenemos que resolver:

$$\sum_{k=1}^n 2^k k$$

Entonces multiplicamos por un 1 conveniente, y empezamos a desarrollar:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n 2^k &= \sum_{k=1}^n 2^k k(2-1) \\ &= \sum_{k=1}^n 2 \cdot 2^k k - 2^k k \end{aligned}$$

Luego, hacemos un niquita nipone con la suma de los $2^{k+1}k$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^n 2^{k+1}(k+1-1) - 2^k k \\ &= \sum_{k=1}^n 2^{k+1}(k+1) - 2^{k+1} - 2^k k \end{aligned}$$

Agrupamos para formar la telescópica y la geométrica:

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\sum_{k=1}^n 2^{k+1}(k+1) - 2^k k}_{\text{Telescópica}} - 2 \cdot \overbrace{\sum_{k=1}^n 2^k}^{\text{Geométrica}} \\ &= 2^{n+1}(n+1) - 2^1 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{(2-2^{n+1})}{1-2} \\ &= 2^{n+1}(n+1) - 2 - 2^{n+2} + 4 \\ &= 2^{n+1}(n+1) - 2^{n+2} + 2 \end{aligned}$$

Que es el resultado pedido.