

FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas**Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliares:** Sebastian Aguilera y Patricio Yáñez**Auxiliar N°4 : Sumatorias**

11 de enero de 2018

Propiedades Importantes

$$\blacksquare \sum_{i=p}^q a_i = \sum_{i=p+k}^{q+k} a_{i-k}$$

$$\blacksquare \sum_{i=p}^q a_i = \sum_{i=p}^k a_i + \sum_{i=k+1}^q a_i$$

$$\blacksquare \sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\blacksquare \sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\blacksquare \sum_{k=n}^m ar^k = a \frac{(r^n - r^{m+1})}{(1-r)}$$

$$\blacksquare \sum_{i=n}^m a_i - a_{i+1} = a_n - a_{m+1}$$

P1. Escriba las siguientes sumas como sumatorias

a) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots$ hasta el n -ésimo término.

b) $n + n - 1 + n - 2 + \dots + 3 + 2 + 1$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2n}$

d) $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n-2} + a_{2n}$

e) $1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4) + \dots + (1+2+3+\dots+n)$

P2. Calcule las siguientes sumatorias

a) $\sum_{k=3}^{n-1} (k-2)(k+1)$

b) $\sum_{k=1}^n 3(4^k + 2k^2)$

c) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}(k+1) + k\sqrt{k+1}}$

d) $\sum_{k=1}^n (k+1)^2 k!$

e) $\sum_{k=0}^n 2^k k$

f) $\sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$

g) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)}$

P3. En un triángulo equilátero de lado 1, se inscribe un círculo, luego se inscriben 3 círculos en cada vértice tocando al primer círculo en un punto y de manera tangencial a los dos lados restantes del triángulo. Este proceso se repite n -veces. ¿Cuál es la suma del área de todos los círculos?

P4. Considere, para $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ la suma

$$S = 1 + \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{3} + \dots + \frac{1+2+3+\dots+n}{n}$$

Escriba S como una sumatoria doble y calcule su valor.