

FM1002 Fundamentos del Álgebra abstracta

Profesores: Sebastián Tapia, Sebastián Reyes Riffo, Leslie Jiménez

Auxiliares: Nicolás Cornejo, Camilo Carvajal, Jordan Urrea, Pablo Araya, Bruno Moreno, Ignacio Fierro



Para estudiantes de Educación Básica y Media.

Guía 8

P1. Encuentre

- a) El residuo de 2^{501} al dividir en 17
- b) El residuo de 3^{701} al dividir en 80

P2. Calcule el resto de 84^{1234} en los módulos 2, 5 y 7.

P3. Si tu cumpleaños este año fue un día Sábado, ¿Qué día caerá tu cumpleaños el próximo año?

P4. Joseto tiene 44 cajas de soda. En cada caja hay 113 latas de soda. Joseto quiere empaquetar las latas en packs de 12. Luego de hacer la mayor cantidad de packs posibles, ¿cuántas latas lo sobran?

P5. ¿Puede un número que es múltiplo de dos pero no un múltiplo de 4 ser un cuadrado perfecto?

P6. Muestre que

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \equiv_{11} -1$$

P7. a) Encuentre la regla de divisibilidad del 11 para un número de 11 o más dígitos.

b) ¿Qué cifra falta en la igualdad siguiente igualdad $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 13 \cdot 14 = 871782_1200$?

P8. Encuentre la o las soluciones a las ecuaciones

a) $5x \equiv_{11} 1$

b) $4x \equiv_7 3$

P9. Pepe le cuenta a su amigo que no puede ordenar sus chocolates de una manera que le guste. ¿Por qué? le pregunta su amigo, a lo que él responde que cuando las ordena de 3 en 3 le sobran 2 y cuando las ordena de 2 en 2 le sobra 1. Si Pepe tiene menos de 10 chocolates, ¿Cuántos tiene?

P10. ** Hallar todos los números primos p tales que $p + 10$ y $p + 14$ son números primos.

Indicación: Estudiar los restos módulo 3

P11. *** Demuestre que si un número primo se escribe como la suma de los cuadrados de otros tres números primos, entonces alguno de esos primos tiene que ser 3.

P12. *** Para $n \in \mathbb{N}$, sea $A_n = 2^n + 4^n + 8^n$. Pruebe que si $n \equiv_3 m$ entonces $A_n \equiv_7 A_m$.

Indicación: Recuerde que $x^p - 1$ siempre es divisible entre $x - 1$ cualquiera que sea $p \in \mathbb{N}$