

FM1002 Fundamentos del Álgebra abstracta**Profesores:** Sebastián Tapia, Sebastián Reyes Rizzo, Leslie Jiménez**Auxiliares:** Nicolás Cornejo, Camilo Carvajal, Jordan Urrea, Pablo Araya, Bruno Moreno, Ignacio Fierro

Para estudiantes de Educación Básica y Media.

Guía 6

P1.- Considere el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ y la relación $\mathcal{R}$ definida como

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x \text{ e } y \text{ tienen la misma paridad}$$

- a) Muestre que $\mathcal{R}$ es de equivalencia.
- b) Determine explícitamente las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

P2.- Denotemos por F al conjunto de personas esperando en una fila. Definimos la relación $\mathcal{R}$ en F como:

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow \text{La persona } x \text{ está atrás de la persona } y \text{ o } x = y.$$

Muestre que $\mathcal{R}$ es una relación de orden total en F .**P3.-** Pepito aburrido de la clase de matemáticas II pintó los cuadros de su cuaderno al azar, en algunas hojas pintaba sólo un cuadro, en otras hojas una fila completa, etc. Llamemos H al conjunto de las hojas del cuaderno de Pepito. Pepita, que siempre está atenta definió la siguiente relación en H .

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x \text{ e } y \text{ tienen la misma cantidad de cuadros pintados.}$$

- a) Muestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.
- b) Describa las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

P4.- Se define en $\mathbb{R}$ la relación ϕ definida como:

$$x\phi y \Leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{Z}) y - x = n$$

- a) Demuestre que ϕ es una relación de equivalencia
- b) Dado $p \in \mathbb{Z}$ calcule la clase de equivalencia $[p]_\phi$

P5.- Considere la siguiente relación en $\mathbb{Z}$

$$n \equiv_4 m \Leftrightarrow n - m \text{ es divisible por } 4$$

- a) Demuestre que $\equiv_4$ es una relación de equivalencia.

b) Determine las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

P6.- Estudie las siguientes relaciones. Indique si son de orden, o de equivalencia, si es el primer caso determine si son de orden total o parcial, si es el segundo, encuentre clases de equivalencia.

a) $x\mathcal{S}y \Leftrightarrow x^2 < y$

b) $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^2 + y = y^2 + x$

c) $(x, y)\mathcal{R}(z, w) \Leftrightarrow x + z = y + w$

d) $(x, y)\mathcal{R}(z, w) \Leftrightarrow xw \leq zy$

P7.- Se define la relación $\mathcal{R}$ en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ por:

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow xy > 0$$

Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Calcule el conjunto cociente $(\mathbb{R} \setminus \{0\})/\mathcal{R}$