

FM1003-3 Matemática III: Límites y Derivadas**Profesor:** Sebastián Zamorano**Auxiliares:** Sebastian Aguilera y Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl y sebastianj.aguilera@gmail.com**Auxiliar 8: Repaso y Limites**

19 de enero de 2017

Repaso**P1.** Considere la función f definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Se pide:

- a) Encontrar dominio, ceros, signos, paridad y asíntotas de todo tipo.
- b) Demostrar que $\forall x_1, x_2 \in \text{Dom}(f)$.

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{(x_1 - x_2)(1 + x_1x_2)}{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}.$$

Use este resultado para estudiar el crecimiento de f indicando en qué intervalos esta función es creciente y en cuales decreciente.

P2. Estudie completamente las funciones: $f(x) = x^2 + 4x + 3$ y $g(x) = x^2 - x$

- a) Indicando en cada caso (si corresponde): dominio, ceros, intersecciones con eje OY, imagen, paridad, asíntotas, crecimiento y gráfico.
- b) Usando la información obtenida en (a), graque la función h denida por:

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ \lfloor \frac{x}{2-x} \rfloor & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x}{2-x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Justifique:

P3. Sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2|x| - 15}$$

Determine:

- a) Dominio
- b) ¿Tiene ceros la función? Y si es así, determinelos.
- c) Paridad.
- d) Signos
- e) Asíntotas
- f) Determine si es inyectiva.

Puede serle útil notar que $|x| = x$ si $x \geq 0$ y $|x| = -x$ si $x < 0$.

Limites

P4. Intuitivamente piense la solución de

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+2}$$

P5. Si sabemos que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$, ¿será cierto que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = +\infty$?

P6. Calcule los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{-x + 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + x + 1}{\pi x^2 - 1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x - 3}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2}{x^2 + 2x + 3}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x!}{(x+1)! + 1}$$

P7. Demuestre usando la definición de convergencia, los siguientes límites:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \frac{1}{n}} = \sqrt{2}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 3} = 2$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n}{n+1}} = 1$$