

FM1003-2 Matemática III: Límites y Derivadas**Profesor:** Emilio Vilches G.**Auxiliares:** Matías Azócar y Sebastián López**Auxiliar 13: Derivadas - La vieja confiable**

25 de enero de 2017

P1. Derive:

a) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 9$

c) $h(x) = x^x$

b) $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

d) $f(x) = \log_a(x)$

P2. Considere las funciones

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$

a) Derive $\cosh(x)$.b) Derive $\sinh(x)$.c) Use lo anterior para obtener la derivada de $\tanh(x)$. (use reglas de derivadas para fracciones)**P3.** Considere la función:

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x^2)}$$

a) Analice continuidad, reparando donde corresponda.

b) Calcule $f'(x)$ para $x \neq 0$ y, si es posible $f'(0)$, analice crecimientos. Encuentre máximos y mínimos.

Indicación: puede serle de ayuda la siguiente desigualdad conocida

$$1 - \frac{1}{x} \leq \ln(x) \leq x - 1, \forall x \geq 0$$

P4. Considere la función $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $h(x) = x^7 - 4x^3 - 3$, demuestre que existe un único real $x_o \in [0, 1]$ tal que $h(x_o) = 0$

P5. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función que satisface las siguientes propiedades:

$$a) \forall a, b \in \mathbb{R}, f(a + b) = f(a) + f(b) + a^2b + ab^2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

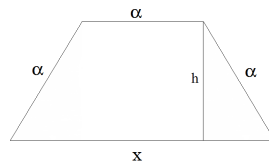
Haga lo siguiente:

i) Demuestre que $f(0) = 0$ y deduzca que f es impar

ii) Calcule $f'(0)$

iii) Calcule $f'(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

P6. Se dispone de un alambre de largo 3α ($\alpha > 0$), con el cual se desea formar un trapecio isosceles con 3 lados iguales de largo α y el cuarto de largo x . Determine el valor de x para el cual el área del trapecio es máxima. Justifique su respuesta.



P7. Dado $a > 0$, verificar que la función de variable real

$$f(x) = \left(a - \frac{1}{a} - x\right)(4 - 3x^2)$$

tiene exactamente un solo máximo y un solo mínimo local y que la diferencia entre los valores alcanzados es

$$\frac{4}{9} \left(a + \frac{1}{a}\right)^3$$

¿Cuál es el menor valor de esta diferencia para diferentes valores de a ?