

**FM1003-2 Matemática III: Límites y Derivadas****Profesor:** Emilio Vilches G.**Auxiliares:** Matías Azócar y Sebastián López**Auxiliar 8: Funciones parte 3, ¡Ayuda por favor!**

18 de enero de 2017

**P1.** Considere  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 

- Estudie el dominio, ceros y paridad de  $f$ .
- Demuestre que  $f$  es decreciente en  $(0, 1)$  y creciente en  $]1, +\infty[$ .
- Pruebe que  $f : ]1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  es inyectiva.
- Muestre que  $f : [1, \infty[ \rightarrow [2, \infty[$  es biyectiva y calcule  $f^{-1}$ .

**P2.** Grafique:

▪  $f(x) = e^{x^2} - 3$

▪  $g(x) = \ln(5x - 5)$

▪  $h(x) = x^2 + 7x - 3$

▪  $i(x) = \lfloor 2x - 4 \rfloor$

**P3.** Estudiar dominio, ceros, signo, paridad, crecimiento, recorrido y gráfico de la siguiente función:

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

**P4.** El número de manzanas producidas por cada árbol en una plantación de manzanos depende de la densidad de los árboles plantados. Si  $n$  árboles son plantados en una hectárea de tierra, entonces cada árbol produce  $900 - 9n$  manzanas. ¿Cuántos árboles deben ser plantados por hectárea para obtener el máximo rendimiento de manzanas?

**P5.** En la escala de Richter, la intensidad  $M$  de un terremoto se relaciona con su energía  $E$  (en Ergios) por medio de la fórmula

$$\log(E) = 11,4 + 1,5M$$

- (a) Si un terremoto tiene 1000 veces más energía que otro. ¿Cuántos grados mayor es su índice de Richter  $M$ ?
- (b) ¿Cuál es la razón de la energía del terremoto San Francisco, ocurrido en 1906 ( $M = 8,3$ ), con la del Eureka de 1980 ( $M = 7$ )?

**P6.** El objetivo de este problema es probar que una función definida por partes mediante funciones biyectivas, no necesariamente es biyectiva. Para ello proceda como sigue:

- a) Pruebe que las funciones

$$f(x) = 3x - 2, \quad g(x) = \frac{x}{2} - 2$$

son ambas biyectivas

- b) Defina ahora la función

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 2 \\ g(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

¿Qué ocurre con la biyectividad de esta nueva función? Justifique claramente su respuesta.