

14x0)

P1)

a) Casos b, c, f

b) $a = \{1, 3, 4\}$ $b = \{1, 3, 4, 5\}$ $c = \{3\}$ $g = \{1, 2, 3, 4\}$ $h = \{1, 2, 4, 5\}$

c) i) $a \subseteq \{a, b, c\}$, $\{b, c\}$ $h = \{c, a, e\}$

ii) $a: b \in h: b$

iii) No, en ambos casos

P2) a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$

i) Injectividad

ii) $\forall x, y \in \text{Dom}(f): f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

$$x^2 = y^2$$

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$(x+y)(x-y) = 0$$

$$\Rightarrow x = -y \vee x = y$$

o x no es necesariamente igual a y

$\Rightarrow$ No es inyectiva

PROARTE

i) Sobreyectividad

PDQ: $\forall y \in \text{Rec}(f), \exists x \in \text{Dom}(f) \text{ t.q. } y = f(x)$

* $y = x^2 \rightarrow$ Podemos elegir $y < 0$, t.q. no existe x capaz de cumplir la igualdad

$\therefore$ No es sobreyectiva

$\Rightarrow$ No es biyectiva

$$\frac{5 \pm \sqrt{25-32}}{4} = \frac{5}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$$

b) i) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x^2+1}$

ii) Inyectividad

$$g(x) = g(y) \rightarrow x = y$$

$$\sqrt{x^2+1} = \sqrt{y^2+1} / ()^2$$

$$x^2+1 = y^2+1 / -1$$

$$x^2 = y^2$$

$\therefore$ No es inyectiva

$\Rightarrow$ Es biyectiva

iii) Epinyectividad

$$\text{Sea } y = \sqrt{x^2+1}$$

$$y^2 = x^2+1$$

$$x^2 = y^2-1$$

$\therefore$ No es yectiva

* Existe y t.q. $y^2 < 1 \Rightarrow y^2-1 < 0$, entonces $\nexists x$ capaz de cumplir la ecuación

$$c) h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{x^2+3x-1}{2x^2-5x+4} = \frac{(x + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2})(x + \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2})}{(x - \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4})(x - \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4})}$$

i) Inyectividad

No es inyectiva, debido a que es una cuadrática (tiene 2 ceros)

ii) Sobreyectividad

No es sobreyectiva, porque es cuadrática (tiene un vértice)

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2}$$

93) $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ la func. dada para cada $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

i) Dem que $f(\mathbb{R} \setminus \{2\}) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\Rightarrow y = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+2}{y-1}$$

$$yx - 2y = x + 2$$

$$yx - x = 2y + 2$$

$$x(y-1) = 2y+2$$

$$\therefore \text{Rec}(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

ii) Demostrar $\forall x, y \in \text{Dom}(f) : f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

$$\star \frac{x+2}{x-2} = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\Leftrightarrow xy + 2y - 2x - 4 = xy + 2x - 2y - 4 \quad / -xy +$$

$$\Rightarrow 2(y-x) = 2(x-y)$$

$$\Rightarrow y-x = x-y$$

$$2y = 2x \Rightarrow \underline{x=y}$$

iii) Por definición, g es inyectiva y sobreyectiva
 $\Rightarrow g$ es biyectiva

~~g~~ Además $g^{-1}(y) = \frac{2y+2}{y-1}$