Aux 2

P4) i) Para la primera proposición, basta tomar $y = x$ de tal forma que $(\forall x)(\exists x)(p(x) \Rightarrow p(x))$ y eso siempre verdadero.

Para el segundo caso, podemos dividirlo en dos partes:
Supondremos que el y que tomamos cumple que $(\exists y)(p(y))$ es verdadera es decir, el y hace que la proposición p sea verdadera.
En este caso, quedaría entonces $(\exists y)(\forall x)(p(x) \Rightarrow V)$ lo cual es verdadero

Por otro lado, supondremos que no existe un y que cumpla $p(y)$, por lo tanto $\overline{(\exists y)(p(y))} \Leftrightarrow (\forall y)\overline{p(y)}$, lo cual dice que para cualquier y, no se cumple $p(y)$, lo cual es lo mismo que decir $(\forall x)\overline{p(x)}$
En este caso $(\exists y)(\forall x)(F \Rightarrow F)$ y esto es verdadero

$\therefore$ Es verdadero siempre

P5 $(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B$

$[(A \cup A^c) \cap (A \cup B) \cap (B \cup A^c) \cap (B \cup B)] \cup (A^c \cap B^c)$

$[U \cap (A \cup B) \cap (B \cup A^c) \cap B] \cup (A^c \cap B^c)$

* Sabemos que $B \subseteq B \cup X$

$\Rightarrow B \cup (A^c \cap B^c)$

$= (B \cup A^c) \cap (B \cup B^c)$

$(B \cup A^c) \cap U$

$B \cup A^c$ //

$(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}) \Leftrightarrow \bar{p} \vee q$

$[(p \vee \bar{p}) \wedge (p \vee q) \wedge (q \vee \bar{p}) \wedge (q \vee q)] \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$[(p \vee q) \wedge (q \vee \bar{p}) \wedge q] \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$[[(q \wedge p) \vee (q \wedge q)] \wedge (q \vee \bar{p})] \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$[[(q \wedge p) \vee q] \wedge (q \vee \bar{p})] \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$[q \wedge (q \vee \bar{p})] \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$q \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$

$(q \vee \bar{p}) \wedge (q \vee \bar{q})$

$q \vee \bar{p}$ //

P1 a) Veamos que $(\forall x)(p(x) \wedge q(x))$ es falsa, puesto que no existe natural par e impar a la vez. Por otro lado, veamos que la proposición $(\forall x)\, p(x) \wedge (\forall x)\, q(x)$ es falsa, puesto que no todos los naturales son pares ni todos los naturales son impares.
Tenemos entonces $(F \Leftrightarrow F)$ y esto es verdadero

b) La parte izquierda $(\forall x)(p(x) \vee q(x))$ es verdadero, puesto que todo natural es par o impar. Pero el lado derecho es falso, puesto que no es cierto que todos los naturales son pares o todos los naturales son impares. Tenemos entonces $(V \Leftrightarrow F)$ y eso es falso.

c) La parte izquierda es falsa, ya que no existe natural que sea par e impar a la vez. Pero el lado derecho es verdadero, puesto que existe un natural par y existe un natural impar (estos no tienen por qué ser los mismos)
Entonces $(F \Leftrightarrow V)$ es falso

d) El lado izquierdo es verdad, pues existe un natural que es par o impar. Del mismo modo, existe un natural par o existe un natural impar.
Tenemos $(V \Leftrightarrow V)$ es verdadero

P2) a) $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$

~~* Por contradicción~~

~~Tomemos $A \cap B = A \cup B$ y además $A \neq B$~~

~~* Como $A \neq B$, podemos decir~~

Lo haremos tomando elementos dentro del conj.

1) Sea $x \in A \Rightarrow x \in (A \cup B) \Rightarrow x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in B \rightarrow A \subseteq B$

2) Sea $x \in B \Rightarrow x \in (A \cup B) \Rightarrow x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A \rightarrow B \subseteq A$

$\therefore A = B$ //

b) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$

$(A \cap A) \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cup (B \cap B^c)$

$A \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cup \emptyset$ * Sabemos $A \cap X \subseteq A$

$A = A$ //

P3) Negar:

a) $\forall x \in \mathbb{R}: x \leq e \wedge x \geq \pi$

b) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}:$ $(x+y)$ es par $\wedge$ (x es impar $\vee$ y es impar)

P6) $\overline{p \Leftrightarrow q} \Leftrightarrow (p \wedge \overline{q}) \vee (\overline{p} \wedge q)$

$\overline{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)}$

$\overline{(\overline{p} \vee q) \wedge (\overline{q} \vee p)}$

$\overline{(\overline{p} \vee q)} \vee \overline{(\overline{q} \vee p)}$

$(p \wedge \overline{q}) \vee (q \wedge \overline{p}) \Leftrightarrow (p \wedge \overline{q}) \vee (\overline{p} \wedge q)$ ✓

Scanned by CamScanner