FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas
Profesor: Emilio Vilches G.
Auxiliares: Sebastián López y Matías Azocar

Auxiliar 2: Lógica y conjuntos

10 de enero de 2017

P1. Considere las siguientes funciones proposicionales definidas sobre los números naturales:

- $p(x)$: x es un numero par.
- $q(x)$: x es un numero impar.

Estudie la veracidad de las siguientes proposiciones:

a) $(\forall x)(p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)(p(x)) \wedge (\forall x)(q(x))$.
b) $(\forall x)(p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\forall x)(p(x)) \vee (\forall x)(q(x))$.
c) $(\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (\exists x)(p(x)) \wedge (\exists x)(q(x))$.
d) $(\exists x)(p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\exists x)(p(x)) \vee (\exists x)(q(x))$.

P2. Sean A, B dos conjuntos cualquiera. Demuestre que:

a) $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$.
b) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$.

P3. Negar las siguientes proposiciones:

a) $\exists x \in \mathbb{R} : e < x < \pi$.
b) $\forall x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R}\ : [(x + y) \text{ es par } \Rightarrow (x \text{ es par } \text{ y } y \text{ es par })]$.

P4. Muestre que las proposiciones:

- $(\forall x)(\exists y)(p(x) \Rightarrow p(y))$.
- $(\exists y)(\forall x)(p(x) \Rightarrow p(y))$.

Son ambas verdaderas para p una función proposicional cualquiera.

Propuestos

P5. *a)* Demuestre que

$$(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}) \Leftrightarrow \bar{p} \vee q.$$

b) Sean A, B conjuntos. Usando la parte anterior, demuestre que:

$$(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B.$$

P6. Demuestre que

$$\overline{p \Leftrightarrow q} \Leftrightarrow (p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q).$$

P7. Negar las siguientes proposiciones:

a) $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ \exists z \in \mathbb{R}\ : (x < y \Rightarrow x + z = y)$.
b) $\exists x \in \mathbb{N},\ \exists y \in \mathbb{Z} : (2x + y = 5 \Rightarrow x \cdot y < 2)$.
c) $\exists n \in \mathbb{Z},\ \forall m \in \mathbb{N} : [(n \cdot m > 2) \Leftrightarrow (2n + m \geq 1)]$.