

## FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliares: Francisca Andoníe y Marcelo Navarro



## Auxiliar N°12 : Límites y derivadas

24 de enero de 2017

P1. Encuentre el valor de los siguientes límites (si es que existen):

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(-1)^x}{x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{5x^3 - 10x^2}$

b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3h^2}}{h}$

f)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$

g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x!}{(x+1)! + 1}$

h)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$

P2. Para

$$f(x) = e^{1/x} \cdot \frac{(1-x)^2}{(x-2)}$$

Determinar:

- Dominio, ceros y signos.
- Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
- Estudie los puntos importantes y de discordia para finalmente bosquejar el gráfico.

P3. Determine la existencia de los siguientes límites de funciones, utilizando la noción de límites laterales. Luego concluya si  $f$  es continua:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , donde:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ \frac{2x^3 - 3}{x^2 + 3} & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ , donde:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{|x|}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

P4. sea  $f$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x+a} & \text{si } x < a \\ 2x - e^{x-a} & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

- Calcule los límites laterales cuando  $x \rightarrow a^\pm$  en términos de  $a$  y pruebe que  $f$  es continua en  $x = a$  si y solo si  $a = 1$ .

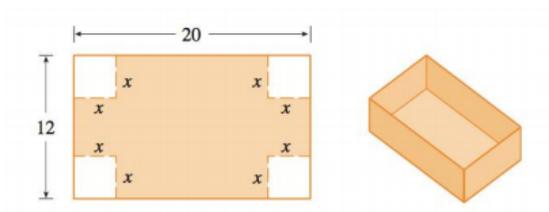
- b) A partir de ahora, considere  $a = 1$ . Establezca el dominio de  $f$  y el conjunto de puntos en los cuales es continua.
- c) Pruebe que  $f$  se anula en algún punto de  $[1, \infty[$

**P5.** Considere

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot \ln(x)}{x-1} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 1 \\ \alpha & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- a) Determine el valor de  $\alpha$  para que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}_+^*$ .
- b) Analice la existencia de  $f'(x)$  para  $x > 0$ . En caso de existir, calcúlela.
- c) Determine los puntos de continuidad de  $f'$  en  $]0, \infty[$ .

**P6.** Se desea construir una caja con su parte superior abierta a partir de un trozo rectangular de cartón que es de  $12 \times 20 \text{ cm}^2$ , recortando cuadrados iguales de tamaño  $x$  en cada una de las esquinas, y luego doblando los lados. Expresé el volumen y el área de la caja en función de  $x$ . Maximice el volumen resultante.



**P7.** Usando sólo la definición de derivada, hallar las derivadas de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = \sqrt{x}$

c)  $f(x) = \ln(x)$

b)  $f(x) = \frac{1}{x}$

d)  $f(x) = 5(x+a)^3, a \in \mathbb{R}$

**P8.** Utilizando las reglas de derivación calcule las derivadas de las siguientes funciones,

a)  $y = 5x^3 - 2x$

c)  $y = (a+x)\sqrt{a-x}$

b)  $y = \frac{x^p}{x^m - a^m}$

d)  $y = e^x \ln x$