

FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliares: Francisca Andonie y Marcelo Navarro



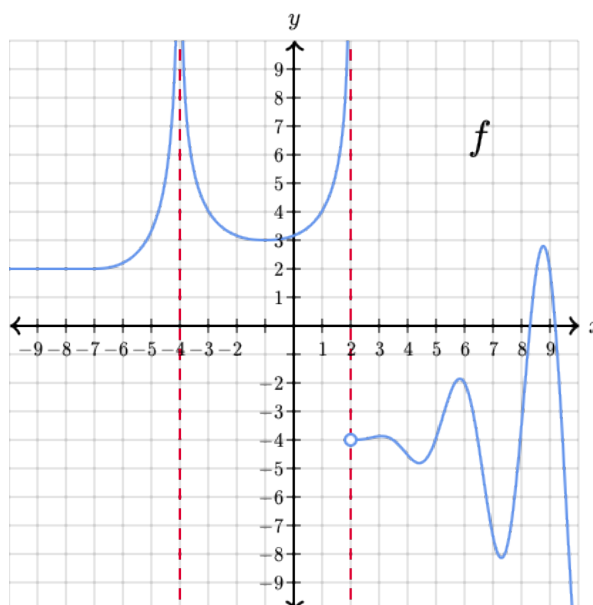
Auxiliar N°11 : Límites II

23 de enero de 2017

Límites conocidos

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{p}{q}\right)^x = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{p}{q} \in]-1, 1[\\ \neq & \text{En otro caso} \end{cases}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } n < m \\ \frac{a_n}{b_m} & \text{si } n = m \\ \neq & \text{si } n > m \end{cases}$
- $\forall \alpha \in \mathbb{R}_+ \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\alpha} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{a} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

P1. Según el siguiente gráfico, calcule los límites (si es que existen):



a) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

P2. Demuestre usando la definición de convergencia, los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+3} = 2$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{x-2} = 5$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{1}{4}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 8} \sqrt{x+1} = 3$$

P3. Calcule los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{-x+1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + x + 1}{\pi x^2 - 1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2+2x+3}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 2^x}{3^x + 2^x}$$

P4. (Teorema del Sandwich) Usando que

$$1+x \leq e^x \leq \frac{1}{1-x} \quad \text{para todo } x < 1,$$

$$\text{calcule } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

P5. Usando que $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{a} = 1$ para todo $a > 0$ y el Teorema del Sandwich, calcule:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{7^x + 5^x + 3^x}$$

P6. Para

$$f(x) = e^{1/x} \cdot \frac{(1-x)^2}{(x-2)}$$

Determinar:

- Dominio, ceros y signos.
- Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
- Estudie los puntos importantes y de discordia para finalmente bosquejar el gráfico.

P7. Determine la existencia de los siguientes límites de funciones, utilizando la noción de límites laterales. Luego concluya si f es continua:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \text{ donde:}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x > 0 \\ \frac{2x^3 - 3}{x^2 + 3} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \text{ donde:}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{|x|}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$