

Resolución Aux #8

P1) $f(x) = \sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-2}}$

a) Primero que todo veamos paridad
Probemos que es par

$$f(-x) = \sqrt{\frac{|-x|+2}{|-x|-2}} = \sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-2}} = f(x)$$

Luego $f(x)$ es par. Por lo tanto solo nos basta estudiar la parte del plano cuando $x \geq 0$, en este caso como $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$

$\Rightarrow f_+(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$, estudiemos el dominio

Probamos que $\frac{x+2}{x-2} \geq 0$ ¿Por que?, resolviendo

con la tabla

	$-\infty$	-2	2	∞
$x+2$	-	-	+	+
$x-2$	-	+	+	+
	+	-	+	+

← Aquí pueden poner otros pto crítico como el 0

$\Rightarrow$ Como $x \geq 0 \wedge (x \leq -2 \vee x \geq 2)$

$\Rightarrow x \geq 2$ pero si $x=2$ se indefine
 $\Rightarrow x > 2 \quad \therefore \text{Dom}(f_+) =]2, +\infty[$

Luego Como f_+ tiene dominio $]2, +\infty[$

Como la función original era par

$$\Rightarrow \text{Dom}(f) =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$$

Veamos el recorrido, Para esto sigamos estudiando el lado derecho es decir f_+

$$\Rightarrow \text{Como } f_+(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}, \text{ decimos } y = f_+(x) \text{ ¿Por qué?}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \quad \leadsto \text{De aquí } y \geq 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y^2 &= \frac{x+2}{x-2} = \frac{x+2(+2-2)}{x-2} \\ &= \frac{x-2+4}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{4}{x-2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y^2 = 1 + \frac{4}{x-2} \quad / -1$$

$$\Rightarrow y^2 - 1 = \frac{4}{x-2} \quad / \cdot (x-2) \cdot \frac{1}{y^2-1}$$

$$\Rightarrow x-2 = \frac{4}{y^2-1} \quad / +2$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{y^2-1} + 2$$

Luego se obtiene que

$$X = \frac{4}{y^2-1} + 2, \text{ pero como } X \in]2, +\infty[$$

$$\Rightarrow X > 2 \text{ pero } X = \frac{4}{y^2-1} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y^2-1} + 2 > 2 \quad / -2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y^2-1} > 0 \Rightarrow$$

	$-\infty$	-1	1	∞
4		+	+	+
y^2-1		+	-	+
		+	-	+

$\Rightarrow y$ debe pertenecer a $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$

además $y > 0 \Rightarrow y \in] 1, +\infty[$

Luego $\text{Rec}(f_+) =] 1, +\infty[\Rightarrow \text{Rec}(f) =] 1, +\infty[$ ¿Por que?

Signos de f ? , como $f(x) = \sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-2}}$

$$f(x) = y = \sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-2}} \Rightarrow y = \sqrt{\%} \quad y \quad \sqrt{\%} \geq 0$$

Luego $y > 0 \Rightarrow f(x) > 0$ en todo su dominio

raíces & Ceros...

Planteamos $f(x) = 0$

$$\sqrt{\frac{|x|+2}{|x|-2}} = 0 \quad |c|^2$$

⋮

Esperen... Mi recorrido era?

$\text{Rec}(f) =]1, +\infty[$ Luego No hay

Ceros pues estoy buscando los pares $(x, \bar{y})$ donde el $\bar{y} = 0$, pero en el recorrido no está el 0

∴ No hay ceros

Crecimiento ...

Veamos el crecimiento al lado derecho (f_+)

Sea $x_1, x_2 \in \text{Dom}(f) =]2, +\infty[$ tal que

$$x_1 < x_2 \quad \text{Como } x_1, x_2 > 2$$

$$\Rightarrow 2 < x_1 < x_2 \quad / - 2$$

$$\Rightarrow 0 < x_1 - 2 < x_2 - 2$$

$$\Rightarrow x_1 - 2 < x_2 - 2 \quad / ()^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_1 - 2} > \frac{1}{x_2 - 2} \quad / \cdot 4$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x_1 - 2} > \frac{4}{x_2 - 2} \quad / + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{4}{x_1 - 2} > 1 + \frac{4}{x_2 - 2} \quad / \text{ Suma}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 - 2 + 4}{x_1 - 2} > \frac{x_2 - 2 + 4}{x_2 - 2} \quad / \text{ ordeno}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + 2}{x_1 - 2} > \frac{x_2 + 2}{x_2 - 2} \quad / \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\frac{x_1+2}{x_1-2}} > \sqrt{\frac{x_2+2}{x_2-2}}$$

Puedo aplicar raíz pues ambos lados son positivos ... ¿Porque?

$$\Rightarrow f_+(x_1) > f_+(x_2)$$

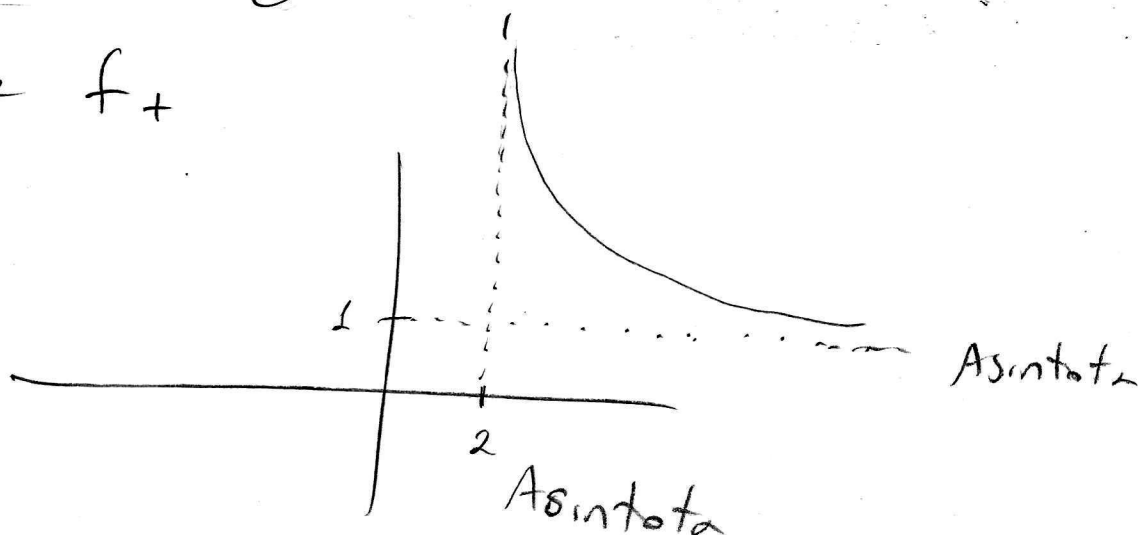
Luego tenemos lo sgte

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f_+(x_1) > f_+(x_2)$$

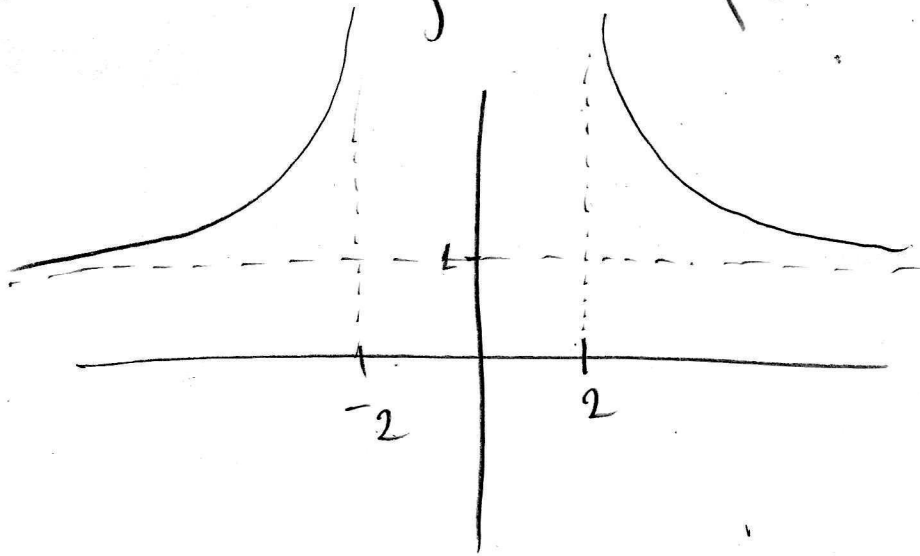
$\therefore f_+$ es decreciente

¿Que puedes decir del lado izquierdo?

Gráfico de f_+



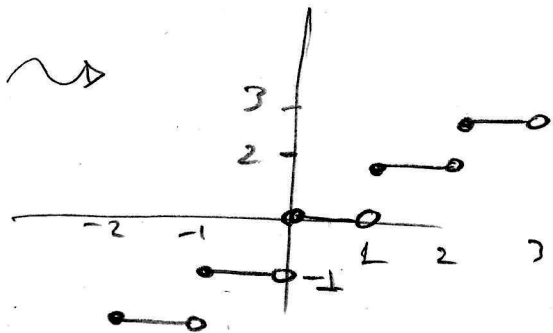
finalmente como f era par



11

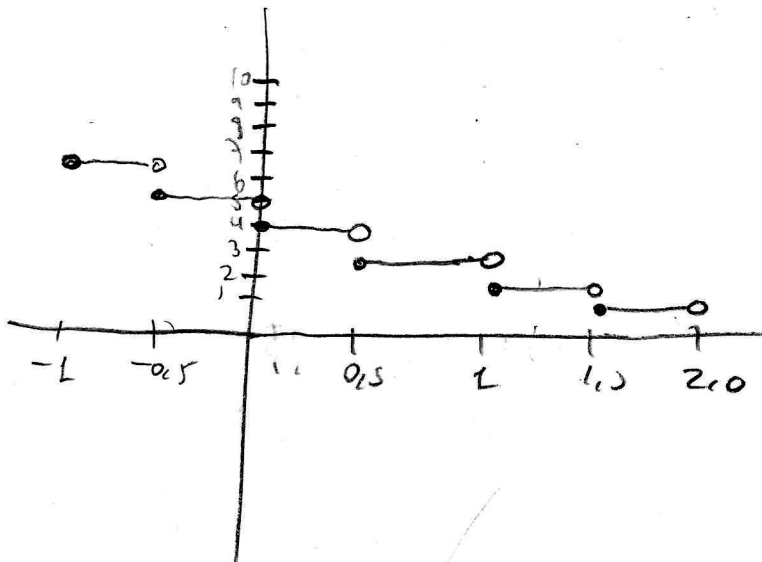
P2) $f(x) = \lfloor -2x + 5 \rfloor$

Sabemos que $f(x) = \lfloor x \rfloor \rightsquigarrow$



$\rightsquigarrow f(x) = \lfloor -2x + 5 \rfloor$

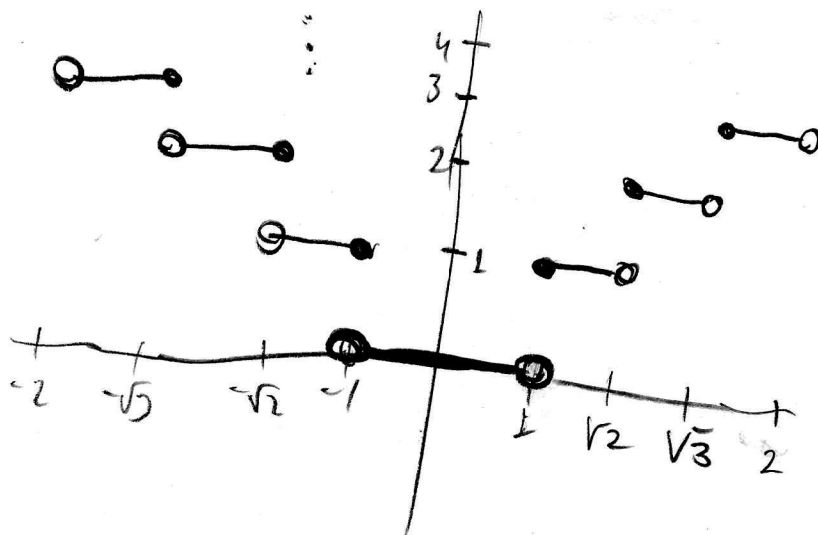
x	f(x)
0	$\lfloor 5 \rfloor = 5$
0,1	$\lfloor 4,8 \rfloor = 4$
0,5	$\lfloor 4 \rfloor$
0,6	$\lfloor 3,8 \rfloor = 3$
...	...



Ahora $f(x) = \lfloor x^2 \rfloor$

Si buscamos las imágenes que están en $\mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} 2) \quad x^2 = 1 \quad ? & \Rightarrow x = -1 \quad \text{ó} \quad x = 1 \\ x^2 = 2 \quad ? & \Rightarrow x = -\sqrt{2} \quad \text{ó} \quad x = \sqrt{2} \\ x^2 = 3 \quad ? & \Rightarrow x = -\sqrt{3} \quad \text{ó} \quad x = \sqrt{3} \end{aligned}$$



es par

P3) $T(t) = 21 \cdot 2^{-0.4t} + 15$

a) Inicio es cuando $t = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T(0) &= 21 \cdot 2^{-0.4 \cdot 0} + 15 \\ &= 21 \cdot 2^0 + 15 = 21 + 15 = 36 \end{aligned}$$

b) Se está enfriando pues es posible demostrar que es decreciente (Probarlo de tarea) y además el signo del exponente es negativo

c) $T(t_*) = 27$ Vemos Cuanto vale t_*

$$* \quad t(t_*) = 21 \cdot 2^{-0,4 t_*} + 15 = 27$$

$$\Rightarrow 21 \cdot 2^{-0,4 t_*} = 12$$

$$\Rightarrow 2^{-0,4 t_*} = \frac{12}{21}$$

$$\Rightarrow 2^{-0,4 t_*} = \frac{4}{7} \quad / \ln()$$

$$\Rightarrow \ln(2^{-0,4 t_*}) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\Rightarrow -0,4 t_* \ln(2) = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\Rightarrow t_* = \frac{\ln\left(\frac{4}{7}\right)}{\ln(2)} \cdot \frac{-1}{0,4}$$

$$= \frac{\ln(4) - \ln(7)}{\ln(2)} \cdot \frac{-1}{0,4}$$

Podrian tomar cualquier logaritmo, en base 10,
en base 2, cualquier base (en particular ocupamos
logaritmo natural)

P4) a) ① $\log(E) = 11,4 + 1,5M$

② $\log(1000E) = 11,4 + 1,5M_*$

② $\rightarrow \underbrace{\log(1000)}_3 + \log(E) = 11,4 + 1,5M_*$

③ $\log(E) = 8,4 + 1,5M_*$

③ y ① $\Rightarrow \log(E) = \log(E)$

$\Rightarrow \cancel{11,4} + 1,5M = \cancel{8,4} + 1,5M_*$

$\Rightarrow 3 + 1,5M = 1,5M_* \quad / \frac{1}{1,5}$

$\Rightarrow 1,5 + M = M_*$

$\Rightarrow M_* = 1,5 + M$, M_* es mayor en 1,5 unidades

b) SF $\log(E_{SF}) = 11,4 + 1,5 \cdot 8,3 \Rightarrow E_{SF} = 10^{(11,4 + 1,5 \cdot 8,3)}$

Eur $\log(E_{Eur}) = 11,4 + 1,5 \cdot 7 \Rightarrow E_{Eur} = 10^{(11,4 + 1,5 \cdot 7)}$

$\Rightarrow \text{Razon } \frac{E_{SF}}{E_{Eur}} = \frac{10^{(11,4 + 1,5 \cdot 8,3)}}{10^{(11,4 + 1,5 \cdot 7)}}$

P5) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

Dominio... $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ por en $x=0$
se indetermina

Ceros ... ¿ $f(x)=0$?

$$f(x) = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

Luego no tiene ceros

Sea $x \in \text{Dom}(f)$,

$$f(-x) = -x + \frac{1}{-x} = -\left(x + \frac{1}{x}\right) = -f(x)$$

$\therefore f$ es impar

b) veamos Cuanto vale $f(x_1) - f(x_2)$ Para cualquier x_1 y x_2

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = x_1 + \frac{1}{x_1} - x_2 - \frac{1}{x_2}$$

$$= x_1 - x_2 + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$$

$$= x_1 - x_2 + \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$$

$$= (x_2 - x_1) \left(-1 + \frac{1}{x_1 x_2} \right)$$

$$= (x_2 - x_1) \left[\frac{1 - x_1 x_2}{x_1 x_2} \right]$$

Desarrolla

Sea $x_1 < x_2$ arbitrarios en $]0, 1[$

$$\Rightarrow x_1 < x_2 < 1 \Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 > 0}$$

$$\wedge \quad x_1 x_2 < 1 \Rightarrow \boxed{1 - x_1 x_2 > 0}$$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \underbrace{(x_2 - x_1)}_{>0} \left[\underbrace{\frac{1 - x_1 x_2}{x_1 x_2}}_{>0} \right]$$

$$+ \cdot \frac{+}{+}$$

$$\geq 0$$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) \geq 0$$

$$\Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

$\therefore$ tenemos que $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
que significa ser decreciente

Queda ~~propuerto~~ ver crecimiento en $]1, \infty[$

$$\begin{aligned} \text{c) Veamos } f(x) - 2 &= x + \frac{1}{x} - 2 \\ &= \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} \\ &= \frac{(x-1)^2}{x} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) - 2 = \frac{(x-1)^2}{x}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x > 0 \Rightarrow f(x) - 2 &= \frac{(x-1)^2}{x} > 0 = \frac{+}{+} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) - 2 \geq 0$$

(13)

$$\therefore f(x) \geq 2 \quad \forall x > 0 \quad (*)$$

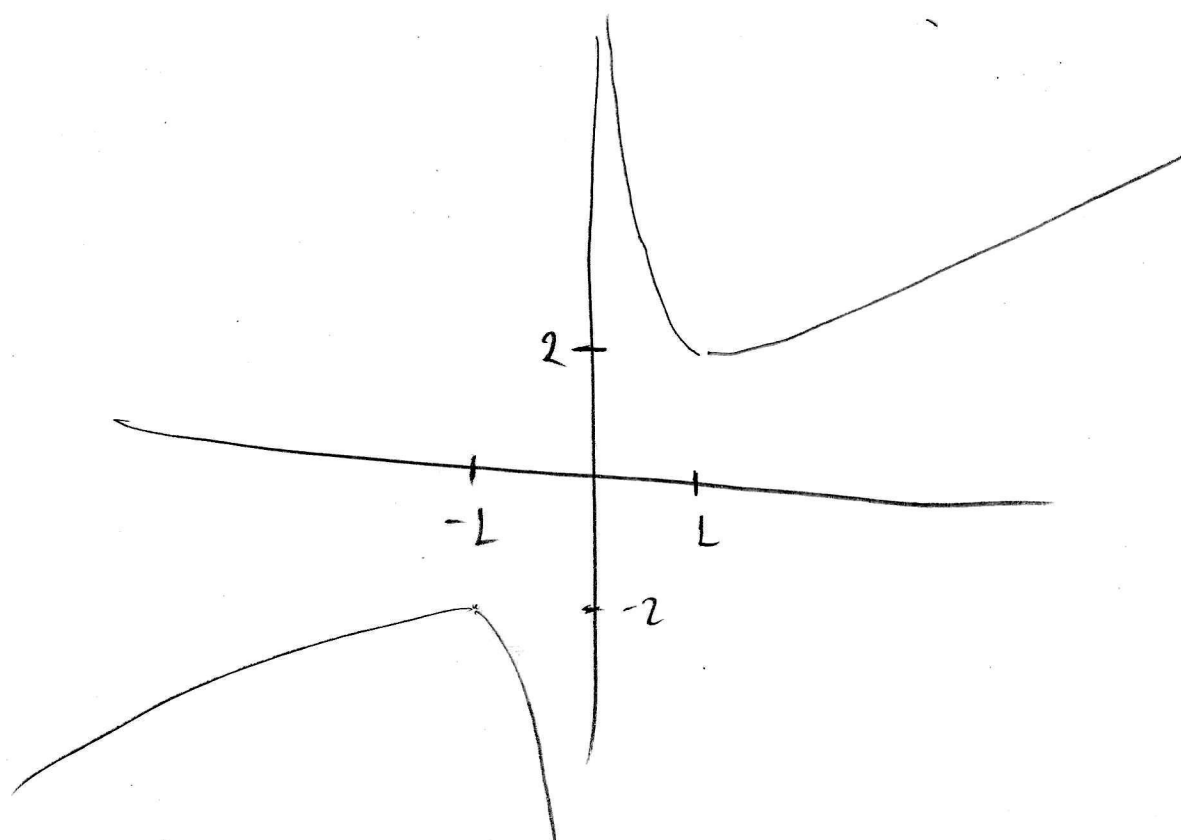
Por ser f impar, tomemos $x < 0$

Cualquiera $\Rightarrow -x > 0$ y cumple con $(*)$

$$\Rightarrow f(-x) \geq 2$$

$$\Leftrightarrow -f(x) \geq 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq -2 \quad \forall x < 0 //$$



d) Viendo el grafico si es inyectiva en $]1, \infty[$

e) es sobreyectiva pues $\text{Codom}(f) = \text{Rec}(f) = [2, \infty[$

$$f^{-1}(x)?$$

Sea $y = f(x) = x + \frac{1}{x}$

$$\Rightarrow yx = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - yx + 1$$

Quadratica, resolver
con formula y
Concluyen ustedes