FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliares: Francisca Andonie y Marcelo Navarro

Auxiliar N°10 : Pre-Control 2

20 de enero de 2017

P1. Considere las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

a) Pruebe que las funciones

$$f(x) = 3x - 2\ , \quad g(x) = \frac{x}{2} - 2$$

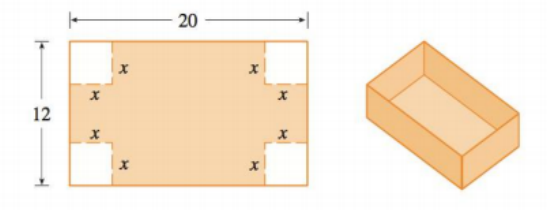
son ambas biyectivas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$

b) Defina ahora la función

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & si \quad x \leq 2 \\ \\ g(x) & si \quad x > 2 \end{cases}$$

¿Qué ocurre con la biyectividad de esta nueva función? Justifique claramente su respuesta.

P2. Se desea construir una caja con su parte superior abierta a partir de un trozo rectangular de cartón que es de 12x20cm^2, recortando cuadrados iguales de tamaño x en cada una de las esquinas, y luego doblando los lados. Exprese el volumen y el área de la caja en función de x. Maximice el área resultante.



P3. Consideremos la parábola P_{ab} de ecuación

$$P_{ab} : y(x) = x^2 + (a+b)x + ab, \text{ con } a, b \in \mathbb{R}^+, a \geq b$$

a) Bosqueje un gráfico de P_{ab}, indicando sus raíces, vértice, dominio, recorrido e intersección con el eje OY.

b) A partir de lo anterior, encuentre la abscisa x^* que proporciona el mínimo valor $y(x^*)$ en la parábola P_{ab}. Indique cuál es ese valor.

c) Encuentre a y b tal que los puntos (2, 25) y (-1, 4) pertenezcan a la parábola P_{ab}.

P4. Considere la siguiente función $g(x) = \lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor$. Determine:

a) Dominio
b) Conjunto imagen
c) Corte eje OY
d) Ceros de g
e) Paridad
f) Grafique

P5. Grafique las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3}{2}x + 6$

b) $f(x) = |x - 3|$

c) $f(x) = (x-3)^2 + 1$

d) $f(x) = |x^2 - 16|$

e) $f(x) = e^{|x-1|}$

f) $f(x) = |ln(x-1)|$

P6. Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

Se pide:

a) Determinar Dominio, ceros, signos, asíntotas y paridad de f

b) Determinar si f es inyectiva y sobreyectiva

c) Demostrar que f es creciente en todo su dominio

P7. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{6x^2 + x + 1}{\pi x^2 - 1}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x+2}{x^2 + 2x + 3}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3}{-x+1}$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x+1}{x-3}$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3^x - 2^x}{3^x + 2^x}$