

**FM1003-1 Matemática III: Límites y Derivadas****Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliares:** Francisca Andoníe y Marcelo Navarro**Auxiliar N°7 : Funciones II**

17 de enero de 2017

**P1.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por partes como:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 9 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 3 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- Grafique la función.
- Identifique sus ceros.
- Analice si la función es inyectiva y epiyectiva (sobreyectiva).

**P2.** Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = (x - 4)(x + 2)$ . Esboce el gráfico de:

- |                |                        |                     |
|----------------|------------------------|---------------------|
| a) $f(x)$      | d) $f( x )$            | g) $ f( x ) $       |
| b) $f(x - 2)$  | e) $ f(x) $            | h) $f( x - 2 )$     |
| c) $5f(x - 2)$ | f) $\frac{1}{2} f(x) $ | i) $f( x - 2 ) + 5$ |

**P3.** Un proyectil se lanza desde un acantilado, que se encuentra a 90 metros sobre el nivel del mar. Si la altura del proyectil está dada por:

$$h(x) = -10x^2 + 80x + 90$$

donde  $x$  es la distancia horizontal, medida desde el borde del acantilado.

- Calcule la altura máxima que alcanza el proyectil.
- ¿A qué distancia del acantilado el proyectil toca el agua?
- Grafique la trayectoria del proyectil, indicando los puntos más relevantes.

**P4.** Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$  una función dada por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

- Determine el dominio de  $f$ .
- Demuestre que  $f$  es par.
- A partir de lo anterior, determine el máximo conjunto  $A$  donde  $f$  es función y el conjunto  $B$  de modo que  $f$  sea biyectiva
- Determine la función inversa
- Grafique.

**P5.** Grafique para  $a < 0$  y para  $a \geq 0$ :

a)  $f(x) = (x - a)^2 + a$

b)  $f(x) = \sqrt{x - a}$

c)  $f(x) = e^{x+a} - a$

d)  $f(x) = \ln(x + a)$

e)  $f(x) = |x + a| - |a|$

f)  $f(x) = [x - a] - a$

**P6.** Un jardinero quiere construir y cercar un prado que tenga forma de un sector circular (forma de pizza). Si para cercarlo tiene 20m de alambre, ¿qué radio debería tener el sector para que el prado sea lo más grande posible?