Aux 7

P1)

$$\pi_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \quad s,t \in \mathbb{R} \quad P = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\ Q = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\ R = \begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

- Primero; obteniendo la recta $\overline{PQ}$ tenemos

$\overline{PQ} = \lambda \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $\lambda \in \mathbb{R}$; Lo que claramente no contiene al punto R.

$\therefore$ P, Q, R no son colineales $\rightsquigarrow$ Mas facil.

Para obtener π_2, fijamos P, de manera que π_2 quedaría:

$$\pi_2 : P + s(Q-P) + t(R-P) = s\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} \quad s,t \in \mathbb{R}.$$

Para obtener la ecuación cartesiana, igualamos términos

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = s\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

Quedando un sistema de la siguiente forma

$$\left.\begin{aligned} x &= s-t \\ y &= s+t \\ z &= t \end{aligned}\right| \Rightarrow \begin{aligned} x &= s-z \\ y &= s+z \end{aligned} \Rightarrow \boxed{x+y = y-z.}$$

De donde obtenemos que $\boxed{\pi_2 : x - y + 2z = 0}$

P2) $F = \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $\pi \Rightarrow x + y = -2$

$\therefore L_1 : F + s(F-A)$ $\quad L_2 : F + s(F-B)$. $\quad L_3 : F + u(F-C)$

$$L_1 : \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} \qquad L_2 : \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix} \qquad L_3 : \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}.$$

Corresponden a las rectas que pasan por el Foco y A, B, C respectivamente

$\therefore A' \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+s \\ 2+2s \\ 2+2s \end{pmatrix}$ } Iguales

$\therefore \quad x = 2+s \qquad \Rightarrow (2+s) + (2+2s) = -2 \Rightarrow \boxed{s = -2}$

$y = z = 2+2s$

$\therefore A' = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$

Para B':

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2\lambda \\ 2+\lambda \\ 2+2\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = 2+2\lambda \\ y = 2+\lambda \\ z = 2+2\lambda \end{matrix} \Rightarrow (2+2\lambda) + (2+\lambda) = -2 \Rightarrow \lambda = -2$

$\therefore B' = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$

Para C':

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2\lambda \\ 2+2\lambda \\ 2+\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = 2+2\lambda \\ y = 2+2\lambda \\ z = 2+\lambda \end{matrix} \Rightarrow (2+2\lambda) + (2+2\lambda) = -2 \Rightarrow \lambda = -\frac{3}{2}.$

$\therefore C' = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

b) Esta recta se obtiene de manera rápida:

$L: A' + t(B' - A')$ y pasa por A' y B'.

$$\boxed{L: \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.}$$

P3). $P = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \Pi: x - y + z = 1.$

a) Para obtener la ecuación, despejamos x en función de y, z.

Dando:

$$\boxed{x = 1 + y - z.}$$

De manera que tenemos la siguiente relación.

$\Downarrow$ otra hoja :)

$X = 1 + y - z$ | Con lo cual, x queda fijo.
$y = y$
$z = z$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nombrando a y como "s" y z como "t" tenemos:

$$\Pi: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b). Necesitamos encontrar un vector derector "d" para L. y tienequeser perpendecular a Π.

$$\therefore\ d \perp \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge d \perp \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$\therefore$ Si consideramos que d es de la forma $d = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tenemos.

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \wedge \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$a + b = 0 \quad \wedge. \quad c - a = 0.$$

$$\Leftrightarrow a = -b. \quad \wedge\ c = a.$$

Luego, con $a = 1$ tenemos el vector. $d = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Con lo cual la recta queda como.

$$\therefore L = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{P} + d \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

| Pero anotar P es redundante, ya que con $d = 0$ da $P \in L$. Si no estuviera P, con $d = 1$ da P.

$$\therefore L = d\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y con $d = 0$ tenemos que pase por el origen //

P4. $Q=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ $L: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$.

a) Para que sean paralelas, sus vectores directores deben ser ponderación.
Para el vector posición ocupo Q.

$$L*: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix},\ r\in\mathbb{R}.$$

b). V posición del plano será $Q=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

Primer vector director $\Rightarrow d_1=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$.

Segundo se obtiene uniendo el vector posición de L_1 y Q.

$$d_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}.$$

$$\Pi: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+\alpha\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}\quad \alpha,\beta\in\mathbb{R}.$$

$\boxed{P5}$.

$$L_1: \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad L_2: \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Igualando L_1 y L_2 tenemos.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2s + t \\ s - 2t \\ 5t - 5s \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} 1 &= 2s + t \\ 2t &= s \\ 1 &= 5s - 5t \end{aligned}}$$

$$1 = 5t \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{5}} \Rightarrow \boxed{s = \frac{2}{5}}.$$