

Matemáticas I: Bases del Álgebra Lineal**Profesor:** Felipe Célery**Auxiliares:** Daniel Águila S., Daniel Neira O.**Ayudantes:** Valeria De Maria, Felipe Flores Ll.

Auxiliar 5

13 de Enero de 2017

P1. Dado 3 vectores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tales que $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ y $\vec{c} = -\vec{b}$, demuestre que

$$(\vec{c} - \vec{a}) \perp (\vec{b} - \vec{a})$$

P2. Se define el conectivo lógico $p|q \Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$. Escriba solo utilizando el conectivo $|$, proposiciones equivalentes a las siguientes:

- a) $\bar{p}$
- b) $p \vee q$
- c) $p \wedge q$
- d) $p \Rightarrow q$

P3. Demuestre las siguientes tautologías sin usar tablas de verdad:

- a) $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$
- b) $(p \vee q \Leftrightarrow p \wedge r) \Rightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r))$

P4. Sean A, B, C, D conjuntos. Demuestre que:

- a) Si $A \subseteq C$ y $B \subseteq D$, entonces $(A \cap B) \subseteq (C \cap D)$
- b) $B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \Leftrightarrow A = \phi$

P5. Dadas las siguientes funciones proposicionales:

- $p(x) : x$ es par
- $q(x) : x$ es múltiplo de 5
- $r(x) : x \geq 8$

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $(\forall x \in \mathbb{N}) : (p(x) \vee q(x))$
- b) $(\exists n \in \mathbb{N}) : (r(n) \Rightarrow q(n))$
- c) $(\forall n \in \mathbb{N}) : [p(n) \Rightarrow (q(n) \vee r)]$

Por último, niegue las proposiciones a), b) y c).

P6. Sea :

- i) A = Conjunto de todas las personas que viven en la Araucanía
- ii) C = Conjunto de todas las comunas que están en la Araucanía
- iii) $p(x, z)$ = "x vive en la comuna z"

Escriba usando cuantificadores las siguientes proposiciones:

- a) "Toda persona vive en una comuna"
- b) "Todas las comunas tienen al menos 3 habitantes"

P7. Demuestre que si $A \cup B = U$, entonces $[(A \setminus B) \cup (B \setminus A)]^c = A \cap B$