

FM402-3 Matemática II: Límites y Continuidad de Funciones**Profesor:** Emilio Vilches**Auxiliares:** Pablo Cabargas C. y Pedro Vergara I.**Fecha:** Martes 12 de Enero de 2016

Auxiliar 7

Pregunta 1. Considere $f(x) = \frac{2-\sin x}{2+\sin x}$.

- a) Estudie dominio, paridad y periodicidad.
- b) Pruebe que f es decreciente en $[0, \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ y que f es creciente en $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

Pregunta 2. Estudie y grafique la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \lfloor 1 + \sin x \rfloor$.

Pregunta 3.

Considere $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $f(x) = \sin(x)$ y $g: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $g(x) = \cos(x)$. Pruebe que f y g son biyectivas y calcule $g \circ f^{-1}$ y $f \circ g^{-1}$.

Observación: f^{-1} y g^{-1} se denominan, respectivamente, función arcoseno y función arcocoseno y se denotan, respectivamente, por $f^{-1}(x) = \arcsen(x)$ y $g^{-1}(x) = \arccos(x)$.

Pregunta 4.

- 1. Si $a \in [-1, 1]$, resuelva las ecuaciones: $\sin x = a$ y $\cos x = a$.
¿Por qué las soluciones son $x = k\pi + (-1)^k(\arcsen a)$ y $x = 2k\pi \pm (\arccos a)$, $k \in \mathbb{Z}$ respectivamente?
- 2. Resuelva las ecuaciones: $\cos 2x = \frac{1}{2}$ y $\sin 5x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Pregunta 5.

Pruebe las siguientes identidades:

- a) $\frac{1}{\tan x} + \tan x = \frac{1}{\sin x \cos x}$
- b) $\cos^2 x = \frac{\csc x \cos x}{\tan x + \cotan x}$
- c) $\frac{\sin^2 x + 4 \sin x + 3}{\cos^2 x} = \frac{3 + \sin x}{1 - \sin x}$