

FM402-3 Matemática II: Límites y Continuidad de Funciones**Profesor:** Emilio Vilches**Auxiliares:** Pablo Cabargas C. y Pedro Vergara I.**Fecha:** Jueves 7 de enero de 2016

Auxiliar 4

Pregunta 1.

Sea la función: $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$

- Encuentre su dominio A , ceros y signos.
- Pruebe que f es inyectiva.
- Demuestre que el recorrido de f es $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$.
- Encuentre la función inversa de $f : A \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ y explicita su dominio y recorrido.

Pregunta 2.

Dada la fórmula: $\sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$

- Determinar el mayor conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$, sea función.
- Encontrar los ceros de f y determinar sus signos.
- Determinar la inyectividad y sobreyectividad de f .
- Encontrar los intervalos donde f crece y aquellos donde f decrece.
- Graficar f .

Pregunta 3.

Suponga que usted es el líder y guitarrista principal de una banda musical que ya se ha presentado en dos eventos municipales en el último mes. En el primero de ellos su banda cobró una entrada de $x = 4.000$ y asistieron $y = 160$ espectadores. Ante tamaño éxito, en la segunda ocasión su banda cobró $x = 15.000$ de entrada pero sólo asistieron $y = 50$ personas. De esta manera, su recaudación en el primer concierto corresponde a $R_1 = \$640.000$ mientras que en el segundo corresponde a $R_2 = \$750.000$. Como buen líder de la banda, usted desea encontrar el precio óptimo x que debe cobrar junto a sus compañeros para obtener la máxima recaudación posible. Para lograr este objetivo, siga los pasos detallados a continuación:

- Sabiendo que la asistencia y es una función lineal de x , esto es

$$y(x) = mx + n$$

Encuentre m y n . Grafique $y(x)$.

b) Usando la parte anterior, verifique que la recaudación R en función del precio x está dada por

$$R(x) = 200x - \frac{x^2}{100}$$

c) Grafique la parábola $R(x)$, indicando claramente sus raíces y su vértice.

d) De lo anterior, deduzca el precio x^* que proporciona la recaudación máxima. ¿A cuánto asciende esta recaudación? ¿Cuánta gente asiste al evento?

Pregunta 4.

Los puntos A y B están situados uno frente al otro y en lados opuestos de un río recto de 300 mts. de ancho. Los puntos Q y D están respectivamente y en la misma orilla de B a x mts. y a 600 mts. (Ver figura). Una compañía de teléfonos desea tender un cable desde A hasta D pasando por Q . Si el costo por metro de cables es de $\frac{5k}{4}$ pesos bajo el agua y de k pesos por tierra; exprese el costo total como una función de x . ¿Cuál es el dominio de la función costo?

