

**FM402-3 Matemática II: Límites y Continuidad de Funciones**

**Profesor:** Emilio Vilches

**Auxiliares:** Pablo Cabargas C. y Pedro Vergara I.

**Fecha:** Miércoles 6 de enero de 2016

## Auxiliar 3

**Pregunta 1.**

Calcule utilizando el binomio de Newton

a) 
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{1}{k+1}$$

b) 
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \binom{n}{k-1} 3^k$$

**Pregunta 2.**

Considere los conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$  y la expresión matemática  $\frac{x}{y}$ .

a) ¿Está bien definida esta expresión para todo  $(x, y) \in A \times B$ ? ¿Y para  $(x, y) \in B \times A$ ?

b) Responda la parte anterior, pero ahora considerando la expresión  $\frac{x+7}{y-7}$ .

**Pregunta 3.**

Considere los siguientes ocho diagramas, que representan relaciones entre los conjuntos  $A = \{a, b, c, d, e\}$  y  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

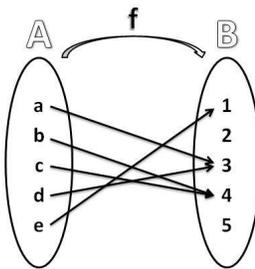


Figura 1: (a)

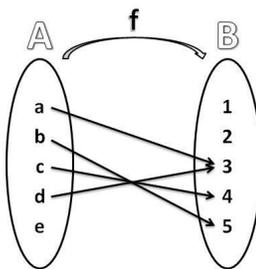


Figura 2: (b)

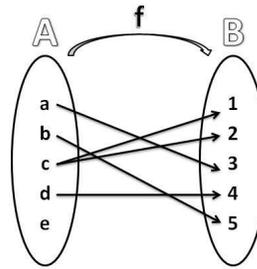


Figura 3: (c)

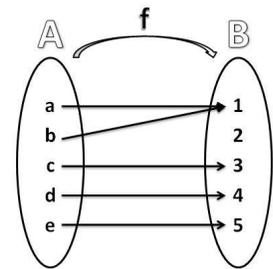


Figura 4: (d)

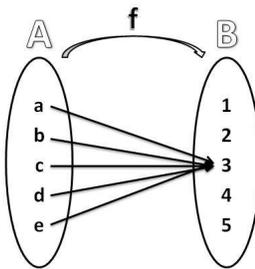


Figura 5: (e)

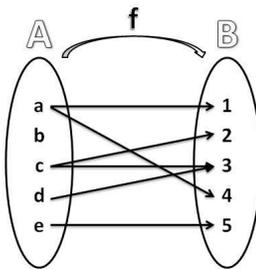


Figura 6: (f)

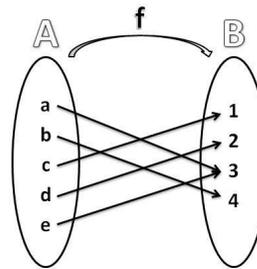


Figura 7: (g)

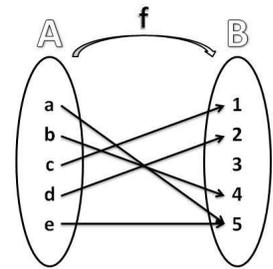


Figura 8: (h)

- a) ¿Cuáles de ellos no representan una función?
- b) Para los diagramas que sí representan funciones, indique el recorrido de cada función representada.
- c) Para los diagramas (a) y (h):
- ¿Existen elementos del dominio que compartan una misma imagen?
  - ¿Cuál es la preimagen de 4 en cada caso?
  - ¿Todos los elementos de  $B$  poseen preimagen?

**Pregunta 4.**

Considere las funciones  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$  y  $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$ , ambas definidas como funciones de  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  a valores en  $\mathbb{R}$ .

- a) ¿Son estas funciones iguales?
- b) En caso de que la respuesta de la parte anterior sea negativa, ¿es posible realizar algún cambio en la definición de las funciones para que queden iguales?
- c) ¿Cuál es su respuesta a la primera pregunta si ahora las funciones involucradas son las siguientes:  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$  definidas de  $(0, +\infty)$  a valores en  $\mathbb{R}$ ?

**Pregunta 5.**

El puntaje de una prueba de 30 ítems se calcula asignando tres puntos por respuesta correcta, restando uno por cada incorrecta y comenzando con 10 puntos de base (de esta manera, el puntaje asignado a una prueba completamente correcta es de 100 puntos). Encuentre la función  $P(x)$ , que representa el puntaje para alguien que responde toda la prueba y posee  $x$  respuestas correctas.