FM402-1 Matemática II: Límites y Continuidad de Funciones
Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliares: Marcelo Navarro y Enrique Vílchez

Auxiliar 12

19 de enero de 2016

P1. Use la definición de convergencia de una sucesión para demostrar que

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{2n+1} = \dfrac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{\dfrac{1}{n}+1} = 1$

P2. Calcule los siguientes límites

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n+n}{na_n^2+1}$, donde (a_n) es una sucesión que converge a $\ell > 0$.

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \Big(\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n+2} - \dfrac{n}{2}\Big)$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2+n} - n$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin(n)}{n}$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} (\dfrac{1}{k+n})^2$

f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!}{n^n}$

P3. Sea $a \in (0,1)$ fijo. Considere la sucesión $(a_n)_{n\geq 1}$ definida mediante la recurrencia:

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = a_n(2-a_n)$$

a) Demuestre que $\forall x \in \mathbb{R}$ se tiene que $x(2-x) \leq 1$

b) Use inducción para probar que $\forall n \geq 1$, $a_n \in (0,1)$

c) Demuestre que $(a_n)_{n\geq 1}$ es una sucesión estrictamente creciente

d) Argumente la convergencia de $(a_n)_{n\geq 1}$ y calcule su límite