

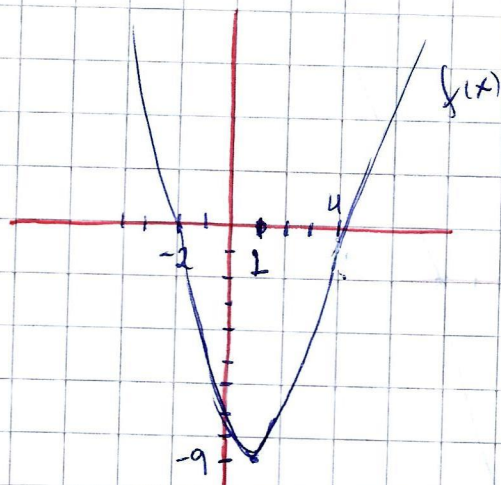
AUX 7

P11 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

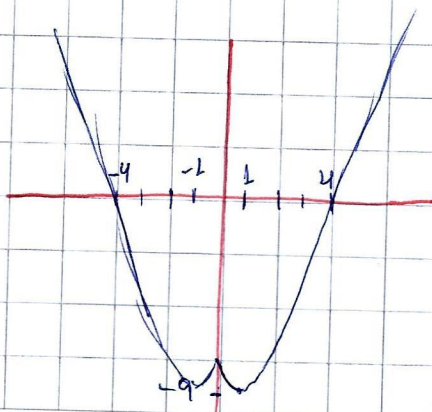
$$f(x) = (x-4)(x+2) \\ = x^2 - 2x - 8$$

a) Ceros: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$
 $\Rightarrow x = 4 \text{ y } x = -2$

Vertice $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) = (1, -9)$



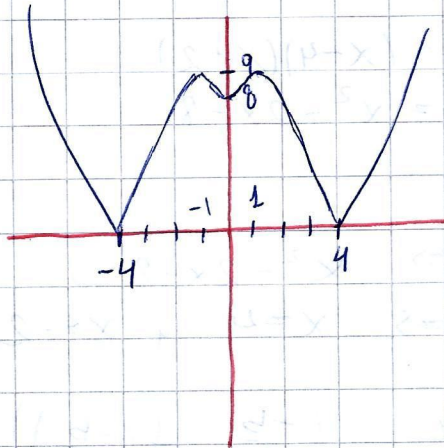
b) $f(|x|)$



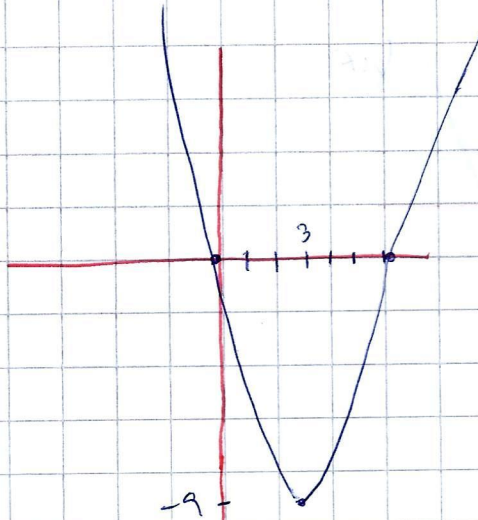
PROPRIETÀ



c) $|f(x)|$

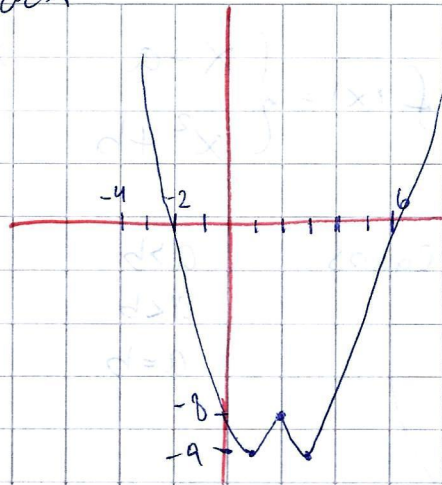


d) $f(x-2)$



Tomar el grafico b)
y desplazarlo

e) $f(1x-2)$



g) $-5|f(x-2)| + 25$

ver link

h) $|f(x-2)| - f(x-2)$

ver link

P2

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+a & x \leq 0 \\ x^2+b & x > 0 \end{cases}$$

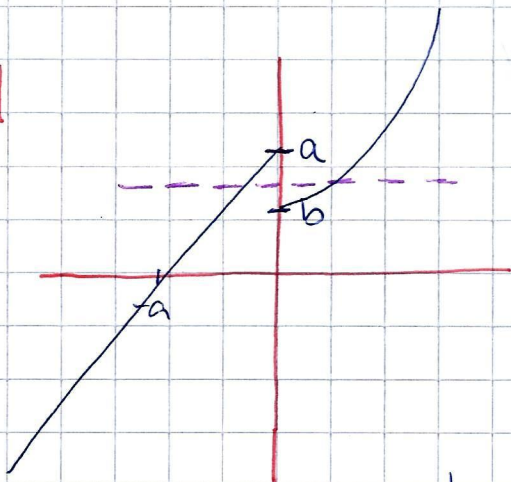
Vamos a ver 3 casos

$$a > b$$

$$a < b$$

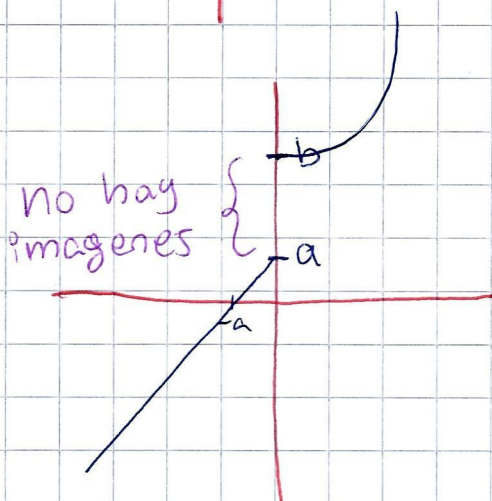
$$a = b$$

$a > b$



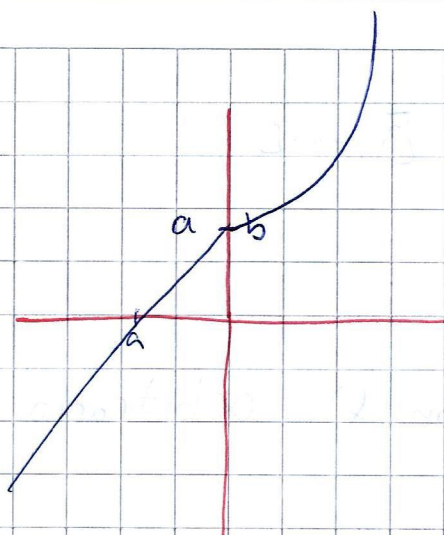
es sobreyectiva pero
no es inyectiva

$a < b$



es inyectiva pero
no sobreyectiva

$a=b$



es sobreyectiva
e inyectiva

$\therefore a=b$ hace que f
sea biyectiva

P3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$f: A \rightarrow B$
con $A \in \mathbb{R}$ y $B \in \mathbb{R}$

a) Para el dominio impondremos que dentro de
la raíz sea positivo o 0

$\Rightarrow x^2 - 9 \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) \geq 0$

TABLITA ; ptos críticos $x = -3$ y $x = 3$

	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$(x-3)$	-	-	+	
$(x+3)$	-	+	+	
	+	-	+	

$\therefore$ que $x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x \in]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$

Luego $\text{Dom}(f) =]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$

b) p.d.g. f es par

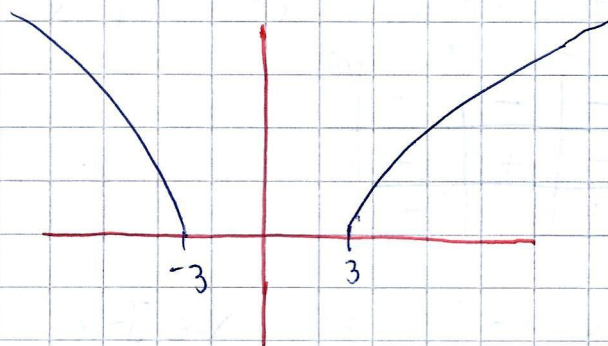
En efecto: sea $x \in \text{Dom}(f)$ arbitrario

$$\begin{aligned} f(-x) &= \sqrt{(-x)^2 - 9} \\ &= \sqrt{x^2 - 9} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Como x fue arbitrario, el resultado se tiene $\forall x \in \text{Dom}(f)$

$\therefore f$ es par

c) si intentamos graficar esto



"como f es par, la grafica de la derecha es igual a la de la izquierda"

Luego, para que sea inyectiva tomamos
solo un intervalo de la unión

es decir $A = [3, +\infty[$

o bien $A =]-\infty, -3]$

→ Tomaremos $A = [3, +\infty[$

Ahora para restringir B , lo que haremos
será calcular el recorrido de f y luego
impondremos que $B = \text{rec}(f)$

Como $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ y como $\sqrt{\text{Algo}} \geq 0$

tenemos que

$$y = \sqrt{x^2 - 9} \geq 0 \Rightarrow$$

$$y \geq 0$$

condición 1

Ahora despejemos x

$$\Rightarrow y^2 = x^2 - 9$$

$$\Rightarrow y^2 + 9 = x^2 \quad / \sqrt{}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y^2 + 9} \quad \text{o} \quad x = -\sqrt{y^2 + 9}$$

Como $x \in [3, +\infty[$, descartamos que $x = -\sqrt{y^2 + 9}$

$$\Rightarrow X = \sqrt{y^2 + a}$$

Como $y^2 + a$ siempre será positivo, ya que y^2 es positivo y a también

Luego la única condición es que

$$y \geq 0$$

$$\therefore \text{Rec}(f) = [a, +\infty[$$

d) Para la función inversa notamos que debemos despejar X en función de y , como en la parte anterior

$$\Rightarrow X = \sqrt{y^2 + a}$$

Para formar f^{-1} , haremos la siguiente

X , pase a ser $f^{-1}(x)$

$$X \rightsquigarrow f^{-1}(x)$$

y pase a ser y

$$y \rightsquigarrow X$$

Luego de $X = \sqrt{y^2 + a}$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x^2 + a}$$

Esta función sera nuestro candidato a función inversa, ahora debemos probar que

$$f \circ f^{-1} = \text{Id}(x) = f^{-1} \circ f(x)$$

Entonces, probemos esto

$$f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x))$$

$$= \sqrt{(f^{-1}(x))^2 - 9}$$

$$= \sqrt{\sqrt{x^2 + 9}^2 - 9}$$

$$= \sqrt{x^2 + 9} - 9$$

$$= \sqrt{x^2} = |x|$$

$$= x$$

$$= \text{Id}(x)$$

Como $x \in [3, +\infty[$
 $|x| = x$

TAREA! Comprobar $f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(f(x)) = \text{id}(x)$

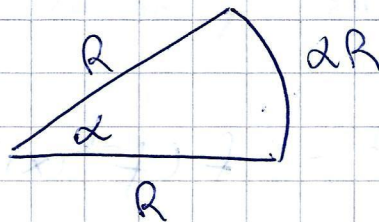
Luego $f^{-1}(x)$ es la inversa de f

P4) Contorno circular: α en Radianes

Perimetro $\alpha \cdot R$

Area $\frac{\alpha}{2} R^2$

Viendo el dibujo



Luego tenemos que

$$R + R + \alpha R = 20$$

Ec.1: $2R + \alpha R = 20$

Esta relación nos servirá después,

Ahora como queremos optimizar el área, es decir, queremos maximizar el área, para esto veremos que la ecuación que define el área del sector circular será una función cuadrática y que podemos calcular su máximo mediante el vértice.

$$\text{Area} = \frac{\alpha R^2}{2}$$

Ahora de la E_c podemos despejar α

$$\Rightarrow \alpha = \frac{20 - 2R}{R} \quad \star$$

Luego, este valor lo metemos en la fórmula de Área

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Area} &= \frac{\alpha R^2}{2} \\ &= \left(\frac{20 - 2R}{R} \right) \frac{R^2}{2} \\ &= (20 - 2R) \frac{R}{2} \\ &= (10 - R)R \\ &= 10R - R^2 \end{aligned}$$

Luego la función Área sea

$$\text{Area}(R) = 10R - R^2$$

Como hay un -1^{a}
acompañando a R^2
la parábola queda orientada
hacia abajo



Luego si calculamos el vertice, este
será un máximo

→ Vertice $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$

↑
1^{ra} coordenada
representa el
Valor del radio

↑
2^{da} coordenada
representa el
area del sector
circular

$$a = -1$$

$$b = 10$$

$$c = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2(-1)} = \frac{-10}{-2} = 5$$

Luego el radio que maximiza el Area es

$$R = 5 \text{ metros}$$

y su Area es $\text{Area}(5) = 10 \cdot 5 - 5^2$
 $= 50 - 25 = 25 \text{ m}^2$