FM402-1 Matemática II: Límites y continuidad de funciones**Profesora:** Natacha Astromujoff**Auxiliares:** Marcelo Navarro y Enrique Vélchez**Indicaciones Auxiliar 2**

5 de enero de 2016

Recordar que esto son indicaciones de como se resolvió los problemas en la auxiliar, en ningún caso el método que se usó es el único, hay muchas formas de resolver los problemas, mucho éxito!!

- P1.** a) Es lo mismo que la p5 a) de la auxiliar 1, recordar que un número par en matemática se escribe como “ $2 \cdot \text{Algo}$ ”, más precisamente un número par se escribe “ $2m$ ” con $m \in \mathbb{N}$
- b) Realizar los 3 pasos importantes de la inducción, caso base, hipótesis de inducción para un número “ n ” mayor o igual que el caso base, luego demostrar la proposición para el caso “ $n+1$ ”. El objetivo de estos problemas es que si piden demostrar que algo es divisible por 6, es tratar de descomponer la expresión que tenemos en una multiplicación en la cual uno de los factores tiene que ser 6, esto es aplicable para cualquier caso de divisibilidad o de múltiplos
- P2.** Notamos que por como está definido la sucesión de Fibonacci, $\forall n \in \mathbb{N} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ con $F_0 = 0$ y $F_1 = 1$, tenemos que cada término de Fibonacci es igual a la suma de los dos anteriores, es decir,

$$F_2 = F_1 + F_0 = 1$$

$$F_3 = F_2 + F_1 = 2$$

$$F_4 = F_3 + F_2 = 3$$

$$F_5 = F_4 + F_3 = 5$$

- a) Como queremos probar una igualdad, para el caso base debemos comprobar por separado cada lado de la igualdad, deben pensar que caso base ocupar 0 o 1, luego asumir la hipótesis de inducción para un “ n ” mayor que el caso base, y luego demostrar el caso “ $n+1$ ” ojo que en esta parte se les pide demostrar una igualdad, es decir, deben empezar en un lado de la igualdad y tratar de llegar al otro lado, se les recomienda empezar por el lado izquierdo, además pueden agrupar los términos convenientemente para poder usar la hipótesis de inducción
- b) Básicamente es repetir lo anterior, y además en algún momento se debe ocupar la definición de Fibonacci, es decir, que un término de Fibonacci se puede escribir como la suma de los dos anteriores
- c) Es lo típico, caso base, hipótesis de inducción y luego demostrar el caso “ $n+1$ ”. Una demostración distinta sería jugar con la definición de Fibonacci, con esto en mente ¿se debe pasar por inducción?
- P3.** En esta pregunta basta con observar cada término por separado para generar un candidato a sumatoria, les aconsejo fijarse en el último término de la suma

$$a) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} .$$

$$b) 1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+\dots+(1+2+3+4+\dots+n) = \sum_{k=1}^1 k + \sum_{k=1}^2 k + \sum_{k=1}^3 k + \dots + \sum_{k=1}^n k$$

Si se fijan, esto es una suma de sumatorias :O, lo que se esta moviendo es el numero de arriba de las sumatorias, entonces la suma de todo quedara de la siguiente forma

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j k$$

Esta es una doble sumatoria y por lo general es mas facil poder leerla de afuera hacia dentro. En auxiliar vimos que esta suma tambien se podia escribir como una sumatoria simple el argumento que se uso fue contar cuantos "1" hay, luego contar cuantos "2" hay, asi hasta llegar al numero "n", asi la suma quedará

$$\sum_{k=1}^n k(n-k+1)$$

$$c) 1 + 27 + 125 + 343 + \dots + (2n-1)^3 = \sum_{k=1}^n (2k-1)^3$$

P4. La idea es usar todas las propiedades que vieron en clases y que repasamos en las ayudantias

- a) realizar la multiplicacion y separar las sumas, usar las sumas conocidas
- b) usar la propiedad de traslacion de indices para que la suma empiece desde $k = 1$ luego realizar lo mismo que el punto anterior
- c) en la clase del miercoles 06 veremos como se hace :O
- d) realizar la suma de fracciones y ocupar propiedades de logartimo, y finalmente ver que hay una resta de terminos consecutivos
- e) buscar una expresion equivalente a $\frac{1}{k(k+1)}$, en horario de consulta se vio cual era la expresion, luego de eso realizar suma telescopica
- f) Racionalizar (multiplicar por el conjugado) y luego usar sumas conocidas