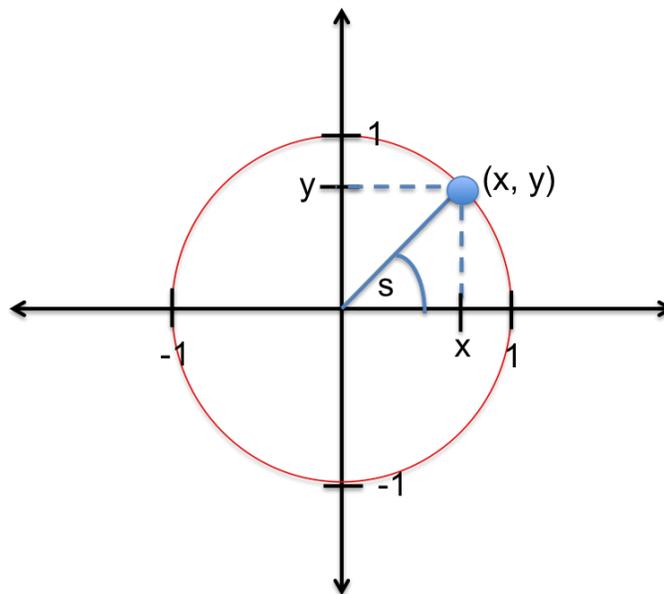


**Matemáticas I****Profesor:** Felipe Célery.**Auxiliar:** Ilana Mergudich.

# Resumen Trigonometría

## I. Definiciones

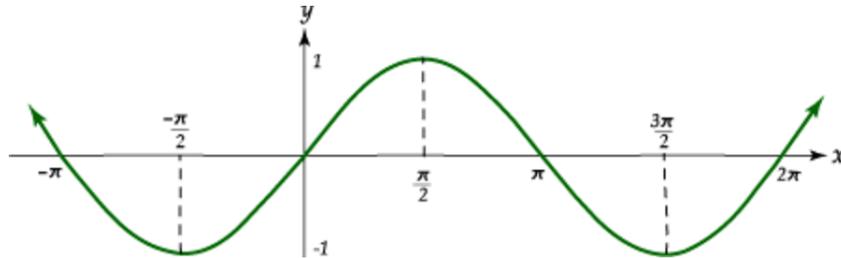
Consideremos la circunferencia unitaria (de radio 1):



- $\sin(s)$ : Se define al seno de un ángulo, en este caso el ángulo "s", como la coordenada del eje  $y$  del punto (azul) al que llega la línea (azul) que determina al ángulo en la circunferencia.
- $\cos(s)$ : Se define al coseno de un ángulo, en este caso el ángulo "s", como la coordenada del eje  $x$  del punto (azul) al que llega la línea (azul) que determina al ángulo en la circunferencia.
- $\tan(s)$ : Se define a la tangente como  $\frac{\sin(s)}{\cos(s)}$ .

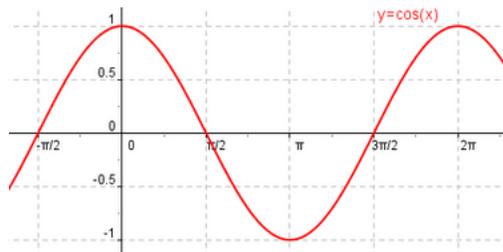
## II. Gráficos y propiedades

- Función  $\sin(x)$ :



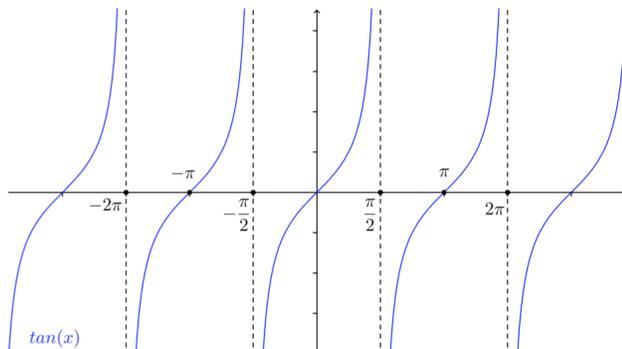
- Dom =  $\mathbb{R}$ .
- Im =  $[-1, 1]$
- Es impar, es decir  $\sin(-x) = -\sin(x)$ .
- Es periódica, con periodo  $2\pi$ , es decir, se repite cada  $2\pi$ .
- Sus ceros son  $\{x = k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Es positiva en  $[0, \pi]$ , negativa en  $[\pi, 2\pi]$  y así sucesivamente.
- Crece en  $[0, \frac{\pi}{2}]$ , decrece en  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$  y así sucesivamente.
- $\sin(x - A) + B$  se desplaza A hacia la derecha y B hacia arriba.
- $\sin(x + C) - D$  se desplaza C hacia la izquierda y D hacia abajo.

- Función  $\cos(x)$ :



- Dom =  $\mathbb{R}$ .
- Im =  $[-1, 1]$
- Es par, es decir  $\cos(-x) = \cos(x)$ .
- Es periódica, con periodo  $2\pi$ , es decir, se repite cada  $2\pi$ .
- Sus ceros son  $\{x = \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .
- Es positiva en  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , negativa en  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  y así sucesivamente.
- Crece en  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ , decrece en  $[0, \frac{\pi}{2}]$  y así sucesivamente.
- $\cos(x - A) + B$  se desplaza A hacia la derecha y B hacia arriba.
- $\cos(x + C) - D$  se desplaza C hacia la izquierda y D hacia abajo.

- Función  $\tan(x)$ :



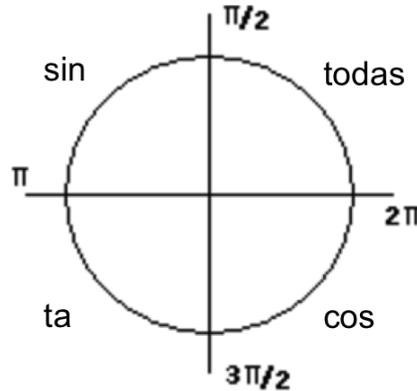
- Dom =  $\mathbb{R} \setminus Z(\cos)$ .  
( $Z(\cos)$  = ceros de la función coseno).
- Im =  $\mathbb{R}$
- Es impar, es decir  $\tan(-x) = -\tan(x)$ .
- Es periódica, con periodo  $\pi$ , es decir, se repite cada  $\pi$ .
- Sus ceros son  $\{x = k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (igual que la función seno).
- Es positiva en  $[0, \frac{\pi}{2})$ , negativa en  $(-\frac{\pi}{2}, 0]$  y así sucesivamente.
- Es estrictamente creciente en cada intervalo de la forma  $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$ .
- $\tan(x - A) + B$  se desplaza A hacia la derecha y B hacia arriba.
- $\tan(x + C) - D$  se desplaza C hacia la izquierda y D hacia abajo.

### III. Otros

- Identidad fundamental:  $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$   
Esto es equivalente a decir  $1 - \sin^2(x) = \cos^2(x)$  y  $1 - \cos^2(x) = \sin^2(x)$
- Sumas de ángulos:
  1.  $\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x)$
  2.  $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$
  3.  $\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$
  4.  $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 1 - 2 \sin^2(x) = 2 \cos^2(x) - 1$

- "Todas sin tacos"

Es una forma de recordar qué función es positiva en cada cuadrante:



- Tabla de senos y cosenos que deben conocer

Ángulo en radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Ángulo en grados	0°	30°	45°	60°	90°
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Coseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	No existe

No es necesario que se sepan las tangentes, ya que pueden calcularlas como

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

Los senos y cosenos de  $\pi$  y  $\frac{3\pi}{2}$  también son importantes, pero salen directamente de la circunferencia unitaria.