a) $f \circ g = f(g(x))$

=> Ya que el conjunto de partida de f es A y el de llegada de g es C necesitamos que $C \subseteq A$ (todas las imágenes de g le puedan "entrar" a f)

b) $g \circ f = g(f(x))$

Notemos que f llega a B y g parte en B

Por lo que siempre se pueden componer.

c) NOTEMOS QUE $g^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ g)^{-1}$

por lo que necesitamos que $f \circ g$ tenga sentido por lo que $C \subseteq A$ (*) pero ademas

$f^{-1} : B \to A$ y $g^{-1} \to C \to B$

$g^{-1} \circ f^{-1} = g(f(x))$

necesitamos que el conjunto de llegada de f sea subconjunto al de partida de g

es decir $A \subseteq C$ y si A ESO LE AGREGAMOS (*)

$\Rightarrow$ $\boxed{A = C}$ (esto es lo necesario)

d) $f^{-1} \circ g^{-1}$ siempre tiene sentido pues g^{-1} llega a B y f^{-1} parte en B

P2

a) $\sqrt{1-x^2}$ Como tenemos una raiz necesitamos que $1-x^2 \geq 0$ como x^2 siempre es positivo y se lo estamos restando al 1 necesitamos que x^2 sea a lo más 1

En los positivos el 1 es el límite, cualquier número mayor a 1 si lo elevamos al cuadrado será mayor que 1 en cambio por ← 0,algo · 0,algo siempre dará 0,algo por lo que será menor que 1

Y si tomamos un negativo
y lo elevamos al cuadrado
es lo mismo que tomarlo
positivo y elevarlo al cuadrado
(por ejemplo $(-3)^2 = 3^2 = 9$)

Por lo que el límite es -1
además notemos que $\sqrt{0} = 0$
Por lo que podemos tomar
el -1 y el 1

Resumen: $Dom = [-1, 1]$ //

y para el Codominio podemos
poner cualquier conjunto que
contenga a la imagen

Como es una raiz la imagen es $\mathbb{R}_0^+$ por lo que podemos tomar el mismo $\mathbb{R}_0^+$ o si prefieren $\mathbb{R}$ (NOTAR QUE SI ME HUBIESEN PEDIDO QUE SEA SOBREYECTIVA NO HUBIESE HABIDO OTRA POSIBILIDAD QUE $\mathbb{R}_0^+$)

PARA $g(x)$ NO TIENE PROBLEMAS $\Rightarrow$ Dom $= \mathbb{R}$ y codominio puede ser $\mathbb{R}^+$ (o walquiera más grande).

b) Considerando que la llegada de f es $\mathbb{R}_0^+$ y la partida de g es $\mathbb{R}$ se cumple que

$$\mathbb{R}_0^+ \subseteq \mathbb{R}$$

por lo que $g \circ f$ tiene sentido

$$g \circ f = g(f(x))$$

$$= g(\sqrt{1-x^2}) = (\sqrt{1-x^2})^2 + 2$$

$$= 1 - x^2 + 2 = 3 - x^2$$

c) Veamos que si tomamos $x = 1$ y $x = -1$

$$3 - (1)^2 = 3 - (-1)^2 = 2$$

Por lo que no se cumple que

x distintos llegue a y distintos, es decir no es ~~infset~~ inyectiva.

NOTEMOS QUE EL PROBLEMA ESTÁ EN QUE HAY UN $||x^2||$ POR LO QUE positivos y NEGATIVOS ME DAN LO MISMO

SI RESTRINJO A A sólo los positivos (o bien a sólo los negativos (o cero)) será inyectiva.

d) Recordemos que $g \circ f = 3 - x^2$

No es sobreyectiva pues

$5 = 3 - x^2 \longrightarrow -2 = x^2$ No pasa!

ES DECIR EXISTE AL MENOS UN Y QUE NO TIENE NINGÚN X.

Si queremos que sea sobreyectiva notemos que x^2 siempre se le quita a 3, en el mejor de los casos le resto 0 y alcanzo el 3, pero nunca lo superaré por lo que mi codominio ideal sería $(-\infty, 3]$

e) $h: \mathbb{R}_0^+ \to (-\infty, 3]$

$x \mapsto 3 - x^2$

QUEREMOS $\exists$ UN h^{-1} TAL QUE

$$h(h^{-1}(x)) = x$$

$$3 - (h^{-1}(x))^2 = x$$

$$3 - x = (h^{-1}(x))^2$$

$$\pm\sqrt{3-x} = h^{-1}(x)$$

(RECORDAR QUE $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$)

PERO QUEREMOS QUE

$$h^{-1}(x) : (-\infty, 3] \longmapsto \underline{\mathbb{R}_0^+}$$

ES DECIR QUE EL CONJUNTO DE LLEGADA SEA POSITIVA.

POR LO QUE NOS QUEDAMOS CON

la opción positiva

$\therefore \quad h^{-1}(x) : (-\infty, 3] \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$

$x \longrightarrow \sqrt{3-x}$ //

P3 | $f(x) = \dfrac{|x| - 6}{|x| - 2}$

COMO ES UNA FRACCIÓN ESTÁ PROHIBIDO QUE EL DENOMINADOR SEA 0

VEAMOS EN QUE CASO PASA ESO

$|x| - 2 = 0 \Rightarrow |x| = 2$

RECORDAR QUE $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

POR LO QUE $x = \pm 2$

SON LOS QUE NO NOS SIRVEN.

$$\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

b) NO ES INYECTIVA PUES

$$f(3) = \frac{|3| - 6}{|3| - 2} = \frac{3-6}{3-2} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$f(-3) = \frac{|-3| - 6}{|-3| - 2} = \frac{3-6}{3-2} = \frac{-3}{1} = -3$$

x distintos tienen el mismo y

P4) Notemos que $|x| + 5$

NO ES INYECTIVA PUES

SI LE METO UN X POSITIVO

Y LE METO EL MISMO X

NEGATIVO DA EL MISMO Y

POR LO QUE TENEMOS QUE

RESTRINGIRLO YA SEA LOS

NEGATIVOS O LOS POSITIVOS,

PARA APRENDER A USAR EL

VALOR ABSOLUTO DIREMOS

$$A = (-\infty, 0]$$

de la P3

$$f(x) = |x| + 5 \equiv -x + 5$$

Para que sea biyectiva

Solo nos falta que sea sobreyectiva

Notemos que siempre le estamos restando x al 5 pero este x es negativo por lo que enverdad siempre le estamos sumando cierta cantidad al 5 NUNCA LLEGAREMOS BAJO EL 5!

POR LO QUE $B = [5, \infty^+)$

Solo nos falta hacer las demostraciones.

Iny: PDQ: $\forall x_1, x_2 \in A$ TQ $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

Sea $x_1, x_2 \in A$ TQ $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow -x_1 + 5 = -x_2 + 5$

$\Rightarrow -x_1 = -x_2 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

$\therefore$ ES INYECTIVA.

Sob: PDQ: $\forall y \in B \; \exists x \in A$ TQ

$$f(x) = y$$

LA IDEA ES CONSTRUIR UN

X CONVENIENTE QUE CUMPLA

$$y = -x + 5 \longrightarrow y - 5 = -x \longrightarrow \boxed{5 - y = x}$$

REVISEMOS QUE EFECTIVAMENTE

$x \in (-\infty, 0]$ como $y \in [5, \infty^+)$

Siempre le estamos restando algo al 5 en el mejor de los casos le resto 5 y me da 0, si le resto algo muy grande llego a $-\infty$

$\therefore x \in (-\infty, 0]$

y $f(x) = 5 - x$

$\Rightarrow f(5-y) = 5 - (5-y)$

$= 5 - 5 + y = y$

$\therefore$ ES SOBREYECTIVA $\Rightarrow$ ES BIYECTIVA.