

Matemáticas I**Profesor:** Felipe Célery.**Auxiliar:** Ilana Mergudich.**Fecha:** Martes 12 de Enero.

Auxiliar 7: Funciones

P1. Sean A, B conjuntos no vacíos. Se define en $A \times B$ la función $\varphi : A \times B \rightarrow A$ tal que $\varphi(x, y) = x$.

- (a) Demuestre que φ es sobreyectiva.
- (b) [Propuesto] Demuestre que φ es biyectiva si y sólo si B tiene sólo un elemento.

P2. Consideremos las funciones $f(x) = 8x + 5$ y $g(x) = 5x - 7$:

- a) Hallar $f \circ g(x)$.
- b) Determine $f^{-1}(x), g^{-1}(x)$.
- c) Encuentre $(f \circ g)^{-1}(x)$.
- d) Calcule $g^{-1} \circ f^{-1}(x)$. ¿Les parece conocido?

P3. Considere la función $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = \frac{|x| - 1}{|x| + 1}$$

- (a) Muestre que f no es inyectiva.
- (b) Sea $g : (-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por la misma expresión que define a f , vale decir:

$$g(x) = \frac{|x| - 1}{|x| + 1}$$

Muestre que g es inyectiva.

- (c) ¿Puede restringir el codominio para hacer de g una función biyectiva?

P4. [Propuesto] Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

- (a) Determine el dominio e imagen de f .
- (b) Explique por qué f no es inyectiva ni sobreyectiva.
- (c) Determine el mayor conjunto B ($B \subseteq A$) = $Dom(f)$ tal que $f : B \rightarrow f(B)$ sea biyectiva y demuestre que lo es.