

## PAUTA AUXILIAR 5

P1 Por contradicción:

sea  $[(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge r)]$  verdadera (i)

y  $[(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r)]$  falso (ii)

(ii) por transitividad:  $[(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [q \Rightarrow r]$

y si  $q \Rightarrow r$  es F, necesariamente

$q$  es V y  $r$  es F.

(i) si  $q$  es V,  $(p \vee q)$  también es V

si  $r$  es F,  $(p \wedge r)$  también es F

pero  $V \Leftrightarrow F$  es FALSO y habíamos  
asumido que era verdadero  $\rightarrow | \leftarrow$ .

ya que llegamos a una contradicción, la  
proposición no puede ser falsa y por lo  
tanto es siempre verdadera.

P2 a) Es verdadera ya que  $q$  es falsa y  $F \Rightarrow$  (cualquier cosa)  
es V.

$q$  es falsa porque, por ejemplo,  $-2$  es par y  
no es mayor o igual a 2.

b) Es falsa ya que  $p$  es V y  $q$  F  
y  $V \Rightarrow F$  es falso

\*  $\overline{q(x)}: (\exists x \in A)(x < 2)$

$$\overline{p(x) \Rightarrow q(x)} \Leftrightarrow p(x) \wedge \overline{q(x)}$$

c) Es Falsa ya que entre 0 y 1  $\vee$  no hay ningún número par.  
(sin incluir el 0)

$$\overline{F(x)} = (\forall x \in A) (x > 1 \vee x \leq 0)$$

P3) a) P.D.Q.  $[(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] = A$

$$\text{Sea } x \in [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)]$$

$$\Leftrightarrow x \in [A \cup (B \cap B^c)] \quad (\text{por distributividad})$$

$$\Leftrightarrow x \in [A \cup \emptyset]$$

$$\Leftrightarrow x \in A$$

Entonces, que  $x \in [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)]$  es equivalente a decir que  $x \in A$ ; y por lo tanto se concluye que  $[(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] = A$ .

b) P.D.Q.  $A \subseteq B$

información:  $\bullet (A \cap W) \subseteq (B \cap W)$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap W) \Rightarrow x \in (B \cap W)$$

$$\bullet (A \cap W^c) \subseteq (B \cap W^c)$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap W^c) \Rightarrow x \in (B \cap W^c)$$

sea  $x \in A$

$$\Leftrightarrow x \in [(A \cap W) \cup (A \cap W^c)]$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \cap W) \vee x \in (A \cap W^c)$$

$$\Rightarrow x \in (B \cap W) \vee x \in (B \cap W^c)$$

$$\Leftrightarrow x \in [(B \cap W) \cup (B \cap W^c)]$$

$$\Leftrightarrow x \in [B \cap (W \cup W^c)]$$

$$\Leftrightarrow x \in [B \cap U]$$

$$\Leftrightarrow x \in B$$

Entonces, si  $x \in A$ , necesariamente pertenece a  $B$  y por lo tanto,  $A \subseteq B$ .

c) P.D.Q  $(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B$

$$(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$$

$$= (A \cap B) \cup [A^c \cap (B \cup B^c)]$$

$$= (A \cap B) \cup (A^c \cap U)$$

$$= (A \cap B) \cup A^c$$

$$= (A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)$$

$$= U \cap (B \cup A^c)$$

$$= (B \cup A^c)$$

$$= A^c \cup B.$$

se concluye que  $(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B.$