

P1) (a)

p	q	$p * q$	$\bar{p} \wedge \bar{q}$	$\overline{p \vee q}$
V	V	F	F	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V

Mirando la TABLA de verdad original, podemos ver que:

$$p * q \Leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q} \text{ porque } p * q \text{ es V sólo}$$

cuando p es F y q es F.

ESTO se verifica en LA TABLA de verdad y podemos ver también que

$$p * q \Leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q} \Leftrightarrow \overline{p \vee q} \quad (\star)$$

(b)i) $p \vee q \Leftrightarrow \overline{p * q}$ (es directo de la pregunta anterior)

veamos ahora como negar en función de *

veamos como escribir $\bar{r}$:

$$\bar{r} \Leftrightarrow \bar{r} \wedge \bar{r} \xrightarrow{(\star)} r * r \quad (\heartsuit)$$

necesitamos

"relacionar" dos proposiciones

y $\bar{r} \Leftrightarrow \bar{r} \wedge \bar{r}$ ya que si

$\bar{r}$ se cumple una vez, también se cumple 2.

Podemos concluir que para negar una proposición con "*", tenemos que "asterisquiarla" por si misma.

$$\text{Entonces } \overline{(p * q)} \Leftrightarrow (p * q) * (p * q)$$

$$(b)_{ii}) p \wedge q \Leftrightarrow (\bar{p} * \bar{q}) \Leftrightarrow (p * p) * (q * q)$$

$\uparrow$ (*) $\uparrow$ (V)

$$P2] [p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p \Leftrightarrow \underbrace{[p \vee (p \wedge q)] \Rightarrow p}_{(ii)} \wedge \underbrace{p \Rightarrow [p \vee (p \wedge q)]}_{(i)}$$

demostramos cada implica:

(i) sea p verdadera. Debemos demostrar que entonces $[p \vee (p \wedge q)]$ es verdadera.

Pero ya que es un " $\vee$ " (o), basta con que p sea verdadera para que la proposición sea verdadera.

concluimos entonces que:

$$p \Rightarrow [p \vee (p \wedge q)]$$

(ii) sea $[p \vee (p \wedge q)]$ verdadera. Debemos demostrar que p es V.

Para que $\uparrow$ (esto) sea verdadero Hay 3 opciones:

1) p es V

2) $p \wedge q$ es V $\Leftrightarrow p$ es V y q es V

3) p es V y $p \wedge q$ es V

podemos ver que, en cualquier caso p es V.

concluimos entonces que

$$[p \vee (p \wedge q)] \Rightarrow p$$

OBSERVANDO LA TABLA DE VERDAD, PODEMOS CONSTRUIR LA SIGUIENTE TAUTOLOGÍA:

$$S \Leftrightarrow [(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \bar{r}) \vee (p \wedge \bar{q} \wedge \bar{r}) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q} \wedge \bar{r})]$$

PODEMOS NOTAR QUE EL VALOR DE VERDAD DE "r" ES INSIGNIFICANTE SI SE CUMPLE $p \wedge q$.

PODEMOS NOTAR QUE EL VALOR DE VERDAD DE "p" ES INSIGNIFICANTE SI SE CUMPLE $\bar{q} \wedge \bar{r}$.

CONSIDERANDO ESTO, PODEMOS REESCRIBIR LO ANTERIOR DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$S \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\bar{q} \wedge \bar{r})] \quad (\star)$$

AHORA VEAMOS QUE $S \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ ES UNA TAUTOLOGÍA.

POR CONTRADICCIÓN: EL ÚNICO CASO EN QUE UN IMPLICA ES FALSO ES $V \Rightarrow F$

SEA ENTONCES "S" VERDADERO Y $(r \Rightarrow p)$ FALSO.

$(r \Rightarrow p)$ FALSO $\Leftrightarrow$ "r" VERDADERO $\wedge$ "p" FALSO.

YA QUE "S" ES VERDADERO, POR $(\star)$, $(p \wedge q) \vee (\bar{q} \wedge \bar{r})$ ES VERDADERO.

PERO "p" ES FALSO, POR LO QUE $(p \wedge q)$ ES FALSO. ENTONCES $(\bar{q} \wedge \bar{r})$ TIENE QUE SER VERDADERO.

PERO "r" ES VERDADERO, POR LO QUE "F" ES FALSO, POR LO QUE $(\bar{q} \wedge \bar{r})$ ES FALSO. $\rightarrow \leftarrow$
contradicción

CONCLUIMOS ENTONCES QUE $S \Rightarrow (r \Rightarrow p)$

Otra forma de demostrar esto es viendo la tabla de verdad.

Si " s " es F , la hipótesis del implica es falsa y por lo tanto el implica es siempre verdadero.

veamos los casos en que " s " es V (en el orden de la tabla).
tiene que cumplirse ($r \Rightarrow p$)

1) p es V y r es V ; $V \Rightarrow V$ es V

2) p es V y r es F ; $F \Rightarrow V$ es V

3) " " " "

4) p es F y r es F ; $F \Rightarrow F$ es V

ya que cuando " s " es V , se cumple $r \Rightarrow p$, concluimos que

$$s \Rightarrow (r \Rightarrow p)$$

(i) NO. Porque, por ejemplo, en la segunda fila de la tabla, s es V y r es F y $V \Rightarrow F$ es F .

Así mismo, en la fila 5, r es V y p es F y $V \Rightarrow F$ es F

(Notar que $s \Rightarrow r \Rightarrow p$ es lo mismo que $s \Rightarrow r \wedge r \Rightarrow p$)

(ii) NO.

Porque, por ejemplo, en la fila 7, "s" es F y "r" V,
entonces $s \Rightarrow r$ es V ($F \Rightarrow V$ es V), pero p es F

entonces:

$$\underbrace{(s \Rightarrow r)}_V \Rightarrow \underbrace{p}_F$$

y nos queda una implicancia

del tipo $V \Rightarrow F$ que es Falsa.