

Anexo Gravitación

Siendo completamente honestos, la aceleración centrípeta tiene realmente la siguiente forma:

$$\vec{a}_c = \left(\frac{d^2 R}{dt^2} - R\omega^2 \right) \hat{r}$$

Es por esta razón que al utilizarla en movimientos circulares llegamos a la expresión reducida usual:

$$\vec{a}_c = (-R\omega^2) \hat{r}$$

Pues, en un movimiento circular, R es siempre constante, luego $\frac{dR}{dt} = 0$ (la derivada de una constante es 0) y por consiguiente si volvemos a derivar el radio ($\frac{d^2 R}{dt^2}$), el resultado vuelve a ser cero (pues estamos derivando la constante 0 respecto al tiempo).

Caso distinto ocurre en las órbitas elípticas, en donde R **no es constante en el tiempo!** y por lo tanto esa segunda derivada no se anula.

¿A qué queremos llegar? A que **no es conveniente usar dinámica en órbitas elípticas**. ¿Por qué? porque cuando escriban la segunda ley de Newton, tendrán que en algún momento usar la aceleración centrípeta, la cual, para el caso de las elipses, tiene una expresión difícil de tratar.

Sin embargo, no todo está perdido, aún tenemos dos herramientas para atacar problemas de gravitación en órbitas elípticas: la conservación del momentum angular y de la energía.

Recuerden que la conservación de momentum angular en el afelio y el perihelio se ve más o menos así:

$$mR_a V_a = mR_p V_p$$

Mientras que la energía en gravitación se escribe de la siguiente manera:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Como la energía se conserva en una órbita elíptica, en particular la energía es igual en el afelio y en perihelio:

$$\frac{1}{2}mv_a^2 - \frac{GMm}{r_a} = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GMm}{r_p}$$