FM404-1 - Matemática 4: Teoría de Cálculo Diferencial
Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliares: Cristóbal Valenzuela y Sebastián Urzúa

Auxiliar N°9: Funciones = ILLUMINATI?

15 de Enero de 2015

P1. Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $\bar{x} \in A$. Pruebe que:

$$\lim_{x\to\bar{x}} f(x) = l \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0,\ \exists \delta > 0,\ \forall x \in A :\ 0 < |x - \bar{x}| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| \leq \varepsilon.$$

P2. Se probará que el número de euler - stolon - vanray existe. Para esto haremos lo siguiente:

(a) Demostremos la desigualdad de Bernouli (III):

$$(\forall n \in \mathbb{N}),\ \forall u,\ u \in \left(-1, \frac{1}{n}\right),\ (1+u)^n \leq \frac{1}{1-nu}.$$

(b) Ahora, se estudiará la sucesión $s_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Usando las desigualdades de Bernoulli vistas en el curso ,pruebe que que $(s_n)_n$ es creciente y acotada superiormente.

(c) Concluya que $\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ existe.
OBS: Se define $e = \lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

P3. Calcule los siguientes límites

(a) $\lim_{x\to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x}{x}$

(d) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x}$