FM404-1 - Matemática 4: Teoría de Cálculo Diferencial
Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliares: Cristóbal Valenzuela y Sebastián Urzúa

Auxiliar 4: Su inducción piola

5.5 de Enero de 2015

P1. La sucesión de Fibonacci se define $\forall n \in \mathbb{N}: \ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ con $F_0 = 0$ y $F_1 = 1$. Demuestre mediante inducción que:

a) $F_1 + F_2 + \ldots + F_n = F_{n+2} - 1$

b) $F_1^2 + F_2^2 + \ldots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$

P2. **(a)** Considere la siguiente collección de números reales definida por recurrencia:

$$a_0 = 0$$
$$a_{n+1} = \frac{3}{4 - a_n}, \forall n \in \mathbb{N}$$

Usando inducción demuestre que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \ a_n = \frac{3(3^n - 1)}{3^{n+1} - 1}$$

(b) Demuestre, usando inducción, que el producto de 3 números naturales consecutivos es divisible por 6.

P3. Demuestre usando inducción que la cantidad de diagonales que se pueden trazar a partir de un vértice de un polígono de n lados es $(n - 3)$

P4. Probar por inducción que para $n \geq 1$, $2 \cdot 7^n + 3 \cdot 5^n - 5$ es divisible por 24.