FM404-1 - Matemática 4: Teoría de Cálculo Diferencial
Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliares: Cristóbal Valenzuela y Sebastián Urzúa

Escuela de Verano para estudiantes de Enseñanza Media
Universidad de Chile

Auxiliar Nº3

7 de Enero de 2015

P1. Sea la función:

$$f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$$

(I) Encuentre su dominio A, ceros y signos.

(II) Pruebe que f es inyectiva.

(III) Demuestre que el recorrido de f es $\mathbb{R}\backslash\{\frac{1}{2}\}$.

(IV) Encuentre la función inversa de $f : A \to \mathbb{R}\backslash\{\frac{1}{2}\}$ y explicite su dominio y recorrido.

P2. Sean $A,\ B,\ C \subseteq \mathcal{U}$. Pruebe que:

(a) $(A \triangle B) \cup (B \triangle C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$

(b) $A \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

P3. Indique cuál de los siguientes conjuntos establece una función:

a) R=$\{(a,b) \in \mathbb{N}^2 / b = a^p$ para algún $p \in \mathbb{N}\backslash\{0\}\}$

b) S=$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$

c) T=$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = \sqrt{x^2-1}\}$

d) U=$\{(y,x) \in \mathbb{R}^2 / x = (y+1)^2\}$

P4. Sea $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, determinar si son o no inyectivas.

a) $f(x) = mx + n$ con $m \neq 0$, $n \in \mathbb{Z}$

b) $g(x) = x^n$ con n un número par.

c) $h(x) = x^2 + x$ con $x \in \mathbb{R}^+$, ¿qué ocurre si $x \in \mathbb{R}$?