

P16 Guía

Sea $f(x) = \sqrt{25-x^2}$

$$g(x) = \frac{5}{3x-9}$$

Dominio $g: \mathbb{R} - \{3\}$

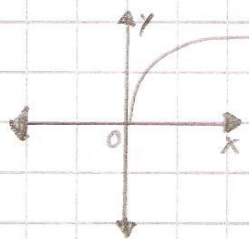
Dominio $f: [-5, 5]$

↳ Queremos que

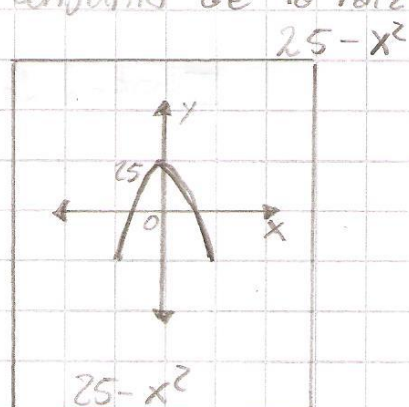
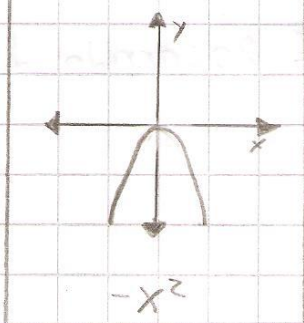
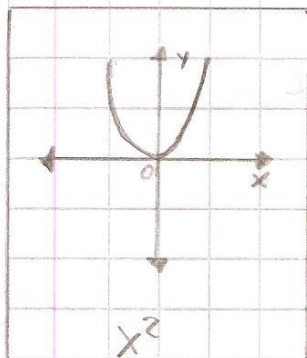
$$25 - x^2 \geq 0$$

$$25 \geq x^2$$

$$\therefore x \in [-5, 5]$$

Imágen f : notar que $\sqrt{\quad}$ es una función creciente

Analizaremos el otro conjunto de la raíz:

Queremos estudiar $\sqrt{25-x^2}$
1º obviemos los negativos

$$\sqrt{[0, 25]} \rightarrow [0, 5]$$

$$\therefore \text{la imagen es } [0, 5]$$

↳ ¿Cuál es la Imágen de $25-x^2$?

$$[-\infty, 25]$$

Siempre que la función sea CRECIENTE, podemos hacer esto.

ii) Calcule $(g \circ f)$ $f(x) = \star$

$$g \circ f = g(f(x)) = g(\star)$$

$$= \frac{5}{3\star - 9}$$

$$\star = \sqrt{25-x}$$

$$\frac{5}{3\sqrt{25-x} - 9}$$

$$(g \circ f) \neq (f \circ g)$$

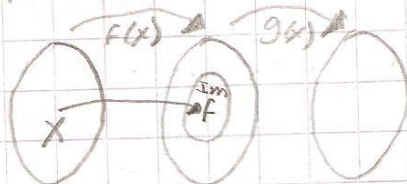


Imagen de $f \subseteq$ Recorrido de f

Algoritmo dominio ($g \circ f$)

1. Calcular dominio g
 - Calcular dominio f
 - Calcular Imagen f

2. Se impone que Imagen de $f \subseteq$ Dominio de g
↳ Para llevar a esto se pueden sacar elementos de Imagen de f . ⊗

3. Si se sacan elementos de imagen de f , entonces hay que sacar las preimágenes de dichos elementos, es decir, modificar Dominio de f .

2^{do} ¿Imagen $f \subseteq$ Dominio g ?

$$[0, 5]$$

$$\mathbb{R} \setminus \{3\}$$

¿Cual sobra?

el 3

∴ lo borramos

$$\widetilde{\text{Im}} f = [0, 5] \setminus \{3\}$$

3^{ero} Encontrar las preimágenes ("los x") que producen el "3"

$$3 = \sqrt{25 - x^2} / (1)^2$$

$$9 = 25 - x^2 / -25$$

$$-16 = -x^2 / \cdot (-1)$$

$$16 = x^2$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -4$$

$$\therefore \widetilde{\text{Dom}} f = [-5, 5] \setminus \{-4\} \{4\}$$

* Si no hay que sacar ningún elemento del Dom f , entonces: $\text{Dom}(g \circ f) = \text{Dom}(f)$

Demstrar que $f: A \rightarrow B$
 $g: B \rightarrow C$

$M(g \circ f)$ biyectiva, entonces demostramos
que f es inyectiva y g sobreyectiva.

1° f es inyectiva:

$$\text{hip: } f(a_1) = f(a_2)$$

$$\text{Pd: } a_1 = a_2$$

Por hipótesis sabemos que:

$$f(a_1) = f(a_2)$$

$$[g \circ f](a_1) = [g \circ f](a_2) \quad / \quad (g \circ f) \text{ es inyectiva}$$

$$a_1 = a_2$$

$\therefore f$ es inyectiva

2° g es sobreyectiva:

$g \circ f$ es Sobreyectiva

$$(\forall c \in C) (\exists a \in A) h(a) = c$$

$\downarrow$
Rec.

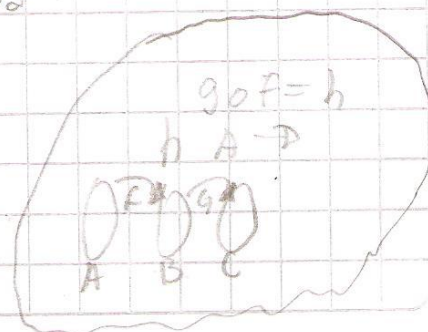
$\downarrow$
Dom

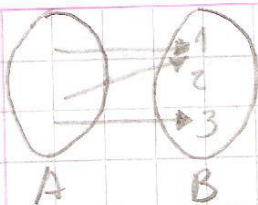
Queremos que g sobreyectiva

$$g: B \rightarrow C$$

$$(\forall c \in C) (\exists b \in B) g(b) = c$$

Notar que $f: A \rightarrow B$, luego, por lo
menos Algunos $b \in B$ son
 $f(a) = b \rightarrow (\exists a \in \text{Dom } h) (f(a) = b)$





redefinimos $(g \circ f)$ Sobreyectivo
 $(\forall c \in C) (\exists b \in \text{Dom} h) g(b) = c$

$(\forall c \in C) (\exists b \in B) g(b) = c \Leftrightarrow g$ es
 Sobreyectivo

P3 Si $g \circ f = 5x - 2$ y $g(x) = x^2 + 1$
encuentre $f(x)$

$g \circ f = h \rightarrow$ truco en llamar a $(g \circ f) h$

me gustaría despejar g

$g \circ f = h$ / suponemos que $\exists g^{-1}$

$$g \circ f = h / g^{-1} \circ$$

$$g^{-1} \circ (g \circ f) = g^{-1} \circ h \quad \left. \begin{array}{l} \text{composición es} \\ \text{Asociativa} \end{array} \right\}$$

$$(g^{-1} \circ g) \circ f = g^{-1} \circ h$$

$$\text{Id} \circ f = g^{-1} \circ h$$

$$f = g^{-1} \circ h$$

* veamos que existe g^{-1}

$\Leftrightarrow g$ es Biyectiva

$\rightarrow$ Demostrar que es biyectiva
(luego lo demostraremos)

Calculemos la inversa

$$y = x^2 + 1$$

$$y - 1 = x^2$$

$$\sqrt{y-1} = x \quad \rightarrow \text{Al } x \text{ le llamaremos } g^{-1}(x),$$

al y le llamaremos x

$$\sqrt{x-1} = g^{-1}(x)$$

Y nos quedamos con la
respuesta positiva de x .

$$f = g^{-1} \circ h$$

$$\text{pero } g^{-1} = \sqrt{x-1}$$

$$h = g \circ f = 5x - 2$$

$$(g^{-1} \circ h)(x) = g^{-1}(\underbrace{h(x)}_{\star})$$

$$= g^{-1}(\star)$$

$$= \sqrt{\star - 1} \quad / \quad \star = 5x - 2$$

$$= \sqrt{(5x-2)-1}$$

$$= \sqrt{5x-3} = f$$