

Indeterminaciones, inecuaciones y demases

BY: Onur

Introducción

Les dejo unos pequeños tips, o ayudas por si estaban muy perdidos hoy con lo de las indeterminaciones de las fracciones, o los problemas con las raíces. El que tenga problema con las inecuaciones, espero que con esta pequeña guía le aclare algunas dudas y si no, no tema en preguntar a todo su equipo docente. Sin mas preámbulo a lo que vinimos.

En matemáticas hay cosas que por nada del mundo pueden ocurrir y una de ellas son las divisiones por cero. Cosas del estilo $\frac{2}{0}$ son cosas que no pueden ocurrir (Explotan!!!!). ¿Cómo aplico esto a las funciones?. Para determinar Dominios y conjuntos imágenes, en muchos casos tenemos funciones de la forma: $f(x) = \frac{1}{x}$. Comencemos con un ejemplo sencillo.

Problema:Determinar el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{2}{x-3} \quad (1)$$

Solución:Recordaros que el dominio de una función es donde ella "vive", donde ella reina, donde ella se maneja; Matemáticamente hablando: Donde está bien definida. La ecuación (1), nos presenta un caso interesante, ya que a primera vista diríamos: "Son los \mathbb{R} ", pero si dijéramos esto cometemos un error, ya que tenemos una fracción y esta podría indeterminarse (dividir por cero). Entonces, surge la pregunta: ¿Cómo lo hago?, bien es simple: Siempre analizar el denominador e imponer las condiciones necesarias, que son:

$$\begin{aligned} x-3 &\neq 0 \\ x &\neq 3 \end{aligned}$$

Finalmente, haciendo este pequeño proceso, ustedes me pueden responder con total seguridad: "Su dominio es $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ ya que en ese punto no está definida la fracción". Pueden haber casos mas complejos (salir una cuadrática, cúbica, raíces, las cuales iremos analizando en las posteriores versiones xd).

Otra dificultad, es el análisis de funciones con raíces, por definición la función $f(x) = \sqrt{x}$ tiene como dominio los $x, x \geq 0$. En palabras mas vulgares: "Todo lo que está dentro (o abrazado) por la raíz tiene que ser positivo. Veamos un ejemplo para explicar lo que digo:

Problema:Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{2x-10} \quad (2)$$

Solución:Recordad que "todo lo que está bajo la raíz tiene que ser mayor que cero, matemáticamente hablando esto se interpreta como:

$$2x-10 \geq 0 \quad (3)$$

Observación: Notar bien que estamos en presencia de una inecuación, la cual como su nombre nos puede decir se parece a una ecuación, y en verdad es así; Podemos sumar y restar cosas a ambos lados de la desigualdad y no cambia mucho. Hay que tener cuidado cuando multipliquemos y dividamos. Si multiplicamos o dividimos por números positivos el sentido de la desigualdad queda igual (es

decir, si es mayor que, queda mayor que, etc), en cambio si lo hacemos por un número negativo se invierte la desigualdad (si es mayor que, cambia a menor que, etc.). Resolviendo el bicho:

$$\begin{aligned}2x - 10 &\geq 0 & / + 10 \\2x &\geq 10 & / : 2 \\x &\geq 5\end{aligned}$$

Notar bien, que dividimos por un número positivo, por eso no cambio el sentido de la desigualdad (si hubiera sido un número negativo hubiera quedado \leq en vez de \geq).

La solución que nos queda, es lo que llamamos en matemática un intervalo, el cual (en este caso) se presenta como:

$$x \in [5, +\infty[\tag{4}$$

Finalmente, el dominio de nuestra función es el intervalo: $[5, +\infty[$.

Fijarse que en las fracciones se excluyen puntos (ya que solo exigimos que el denominador sea distinto de cero) y en las raíces cuadradas se tienen intervalos (ya que se exige que los valores sean mayores que cero). Ambas situaciones se pueden combinar con funciones mas complejas (e.g. Cuadráticas, valores absolutos, trigonométricas, cúbicas, polinomiales, raíces, etc) las cuales serán detalladas en una próxima versión de esta pequeña guía (posiblemente sea después del miércoles pensando en el control, ya que tengo prueba el miércoles).

Cualquier duda, sugerencia o comentarios (tanto positivos o negativos) de cualquier índoles referente al curso es bienvenida a mi correo: nicolas.molina@ing.uchile.cl. Éxito y suerte, nos vemos hasta nueva ocasión!