Auxiliar 7

Matemática 1, sección 1.
Profesor: Felipe Célèry.
Auxiliar: Raimundo Saona

www.edv.uchile.cl

JUEGOS DE VERANO

Inscripciones en

www.deporteazul.cl/juegosverano





17 de enero

Centro Deportivo Juan Gómez Millas

Av. Capitan Ignacio Carrera Pinto # 1045, entrada Nº 3, Ñuñoa

/EdV.UChile @EdV_UChile

25 años EdV

Para estudiantes de Educación Básica y Media

Universidad de Chile

CDE Universidad de Chile

DDAF Dirección de Deportes y Actividad Física Universidad de Chile

Universidad de Chile

DeporteAzul Universidad de Chile

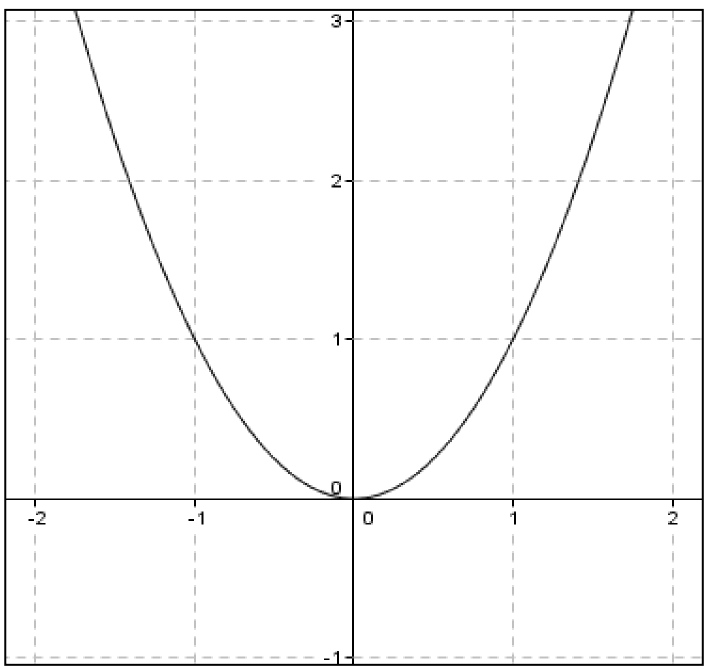
Análisis de un gráfico

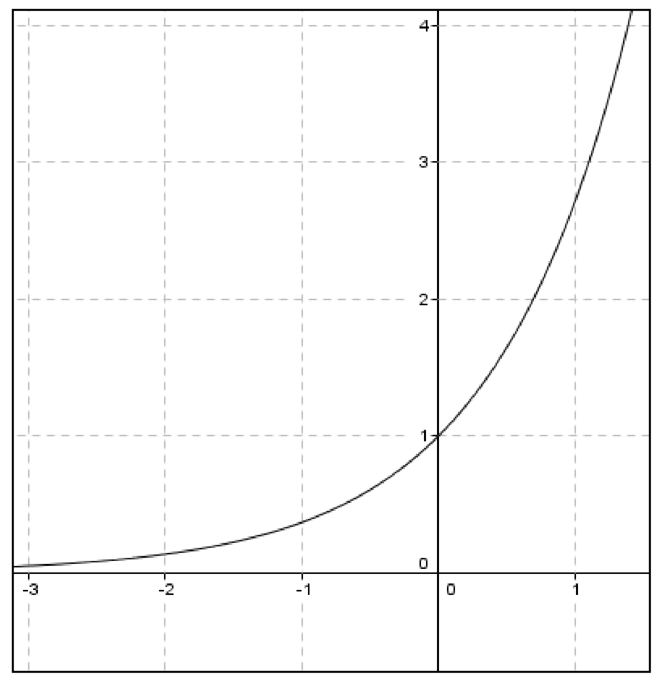
Considere los siguientes gráficos de funciones, donde el dominio corresponde a la sección del eje x visible y el conjunto de llegada a la sección del eje y visible, y responda para cada caso:

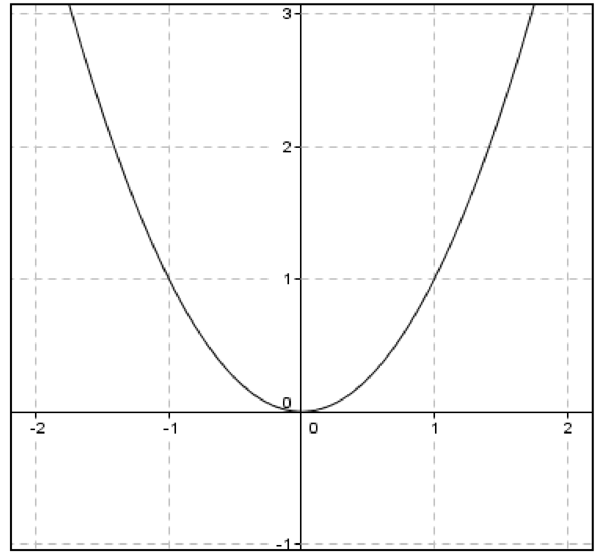
1) ¿Cuáles de ellos representan una función inyectiva? ¿Cuáles una función sobreyectiva?

2) ¿Qué intervalos de crecimiento y decrecimiento puede identificar?

3) ¿Existe alguna función par? ¿Alguna impar?







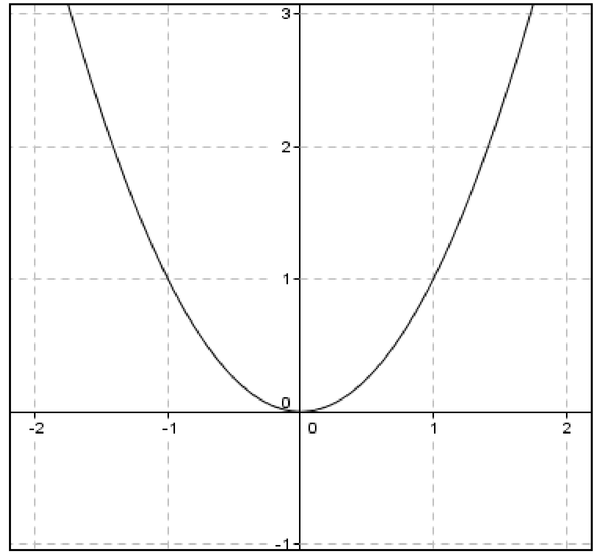
PAUTA:

Esta función no es inyectiva.

Para argumentar esto, pueden mencionar que tanto el 1 como el -1 tienen la misma imagen: 1. Es decir, existen dos elementos distintos del dominio a los cuales f asigna el mismo valor.

Esta función no es sobreyectiva.

Recuerden que todas las funciones pueden ser sobreyectivas, si restringen lo suficiente el conjunto de llegada. Como la indicación fue "considere el conjunto de llegada como la sección visible del eje y", hay una parte (el intervalo [-1,0)) del conjunto de llegada la cual no pertenece a la imagen de f, pues f(x) es siempre positiva.

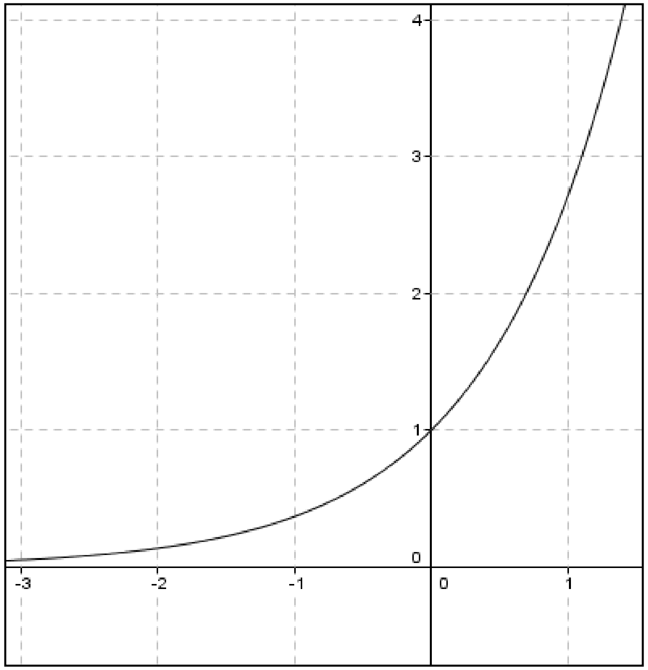


Esta función tiene un intervalo de decrecimiento y otro de crecimiento. Es claro ver que para los valores anteriores a 0 la función decrece y, por otro lado, para los valores posteriores a 0 la función crece.

Esta función es par.
Recordemos la definición de paridad:

$$\text{f es par} \Leftrightarrow \forall x \in Dom(f)\ f(-x) = f(x)$$

Esta condición puede verse a través de la simetría sobre el eje y que se presenta en el gráfico.



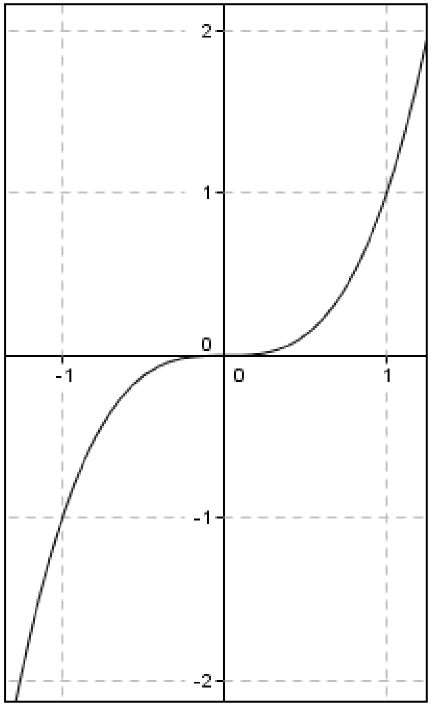
Esta función sí es inyectiva.

Esta función no es sobreyectiva.

Esta función es creciente en todo su dominio.

Esta función no es ni par ni impar.

Problema 1, Auxiliar 7.



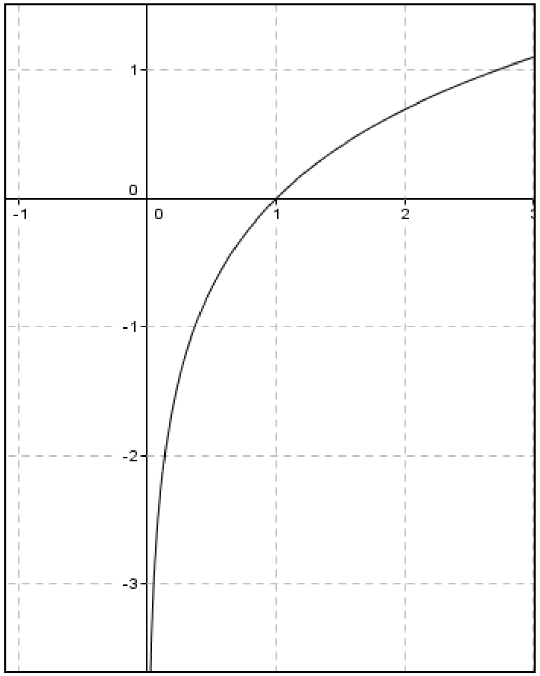
Esta función sí es inyectiva.

Esta función sí es sobreyectiva.

Esta función es creciente en todo su dominio.

Esta función es impar.

Problema 1, Auxiliar 7.



Esta función sí es inyectiva.

Esta función no es sobreyectiva.

Esta función es creciente en todo su dominio.

Esta función no es ni par ni impar.

Gráfico de una función

Utilizando las técnicas vistas en clases (traslaciones, escalamientos, etc), grafique las siguientes funciones:

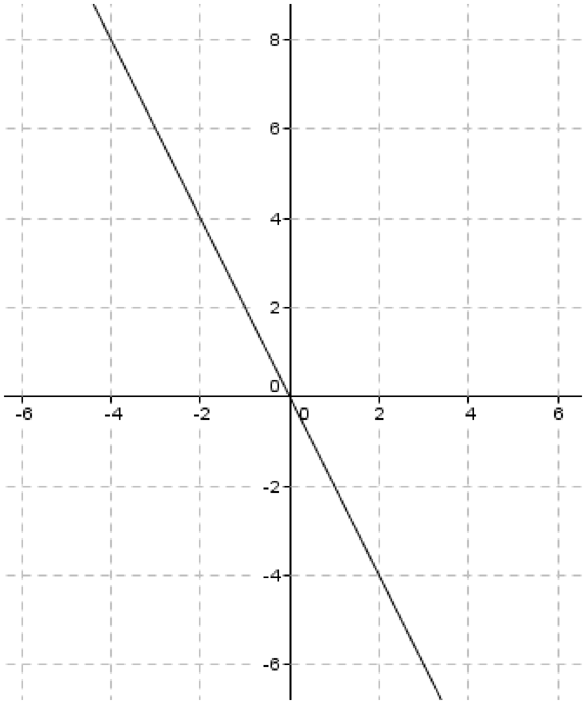
$$f(x) = |-2x+5|$$
$$f(x) = 3((x-5)^2) - 1$$
$$f(x) = ||x+5|-4|+6$$

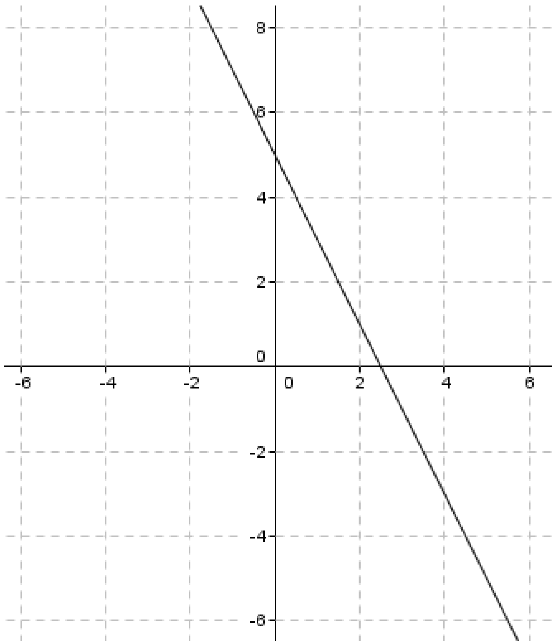
Considerando que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, analize para cada caso: inyectividad, epiyectividad, intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Problema 2, Auxiliar 7.

PAUTA:

Graficaremos las funciones paso por paso.

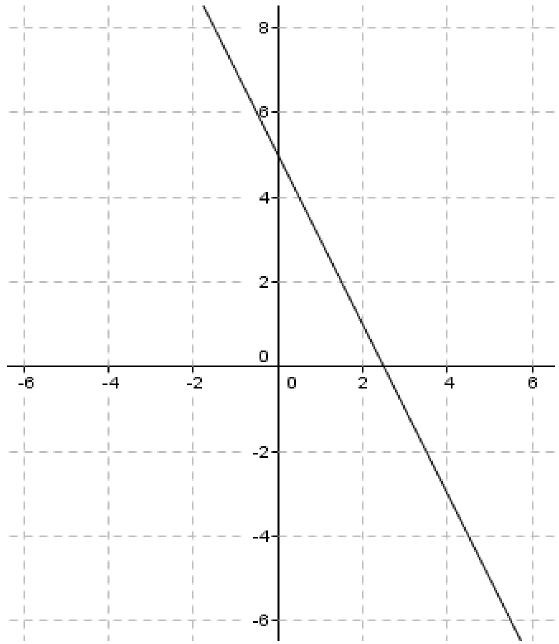




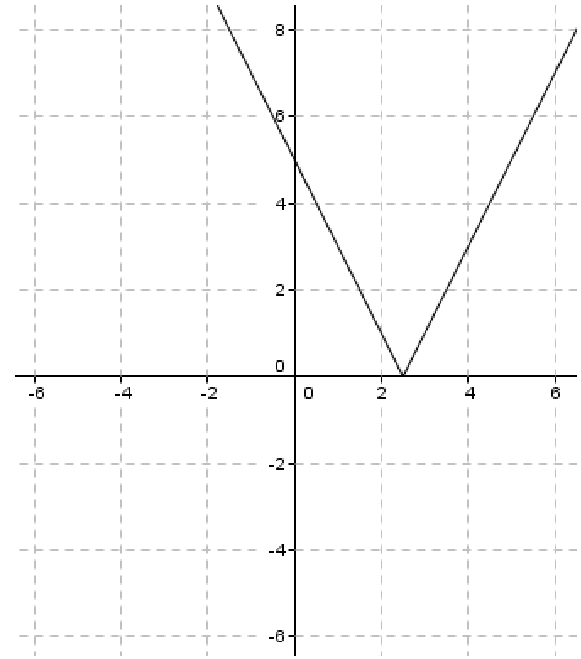
$f(x) = -2x$

$f(x) = -2x + 5$

Problema 2, Auxiliar 7.



$f(x) = -2x + 5$

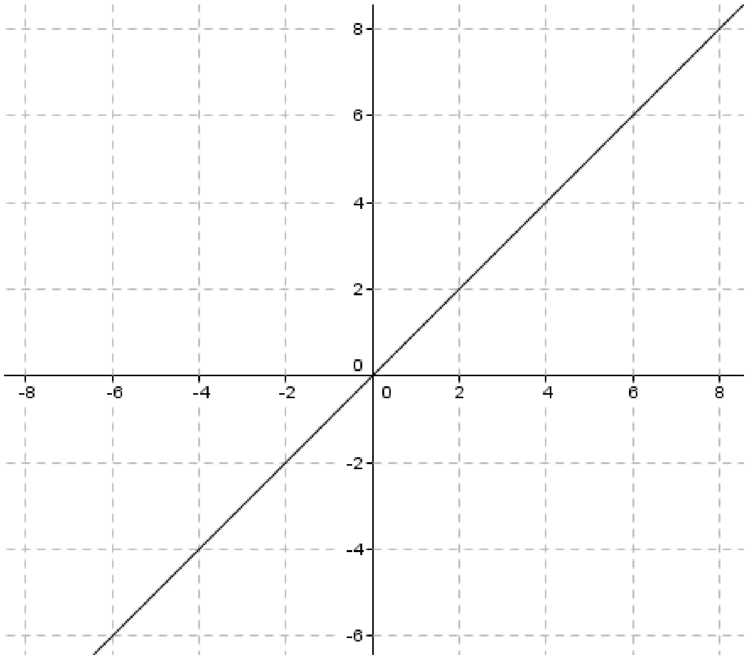


$f(x) = |-2x + 5|$

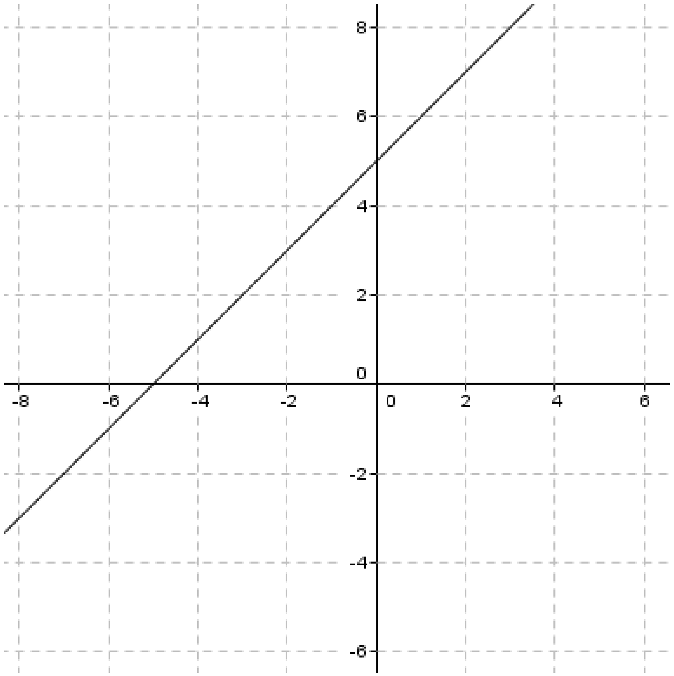
Problema 2, Auxiliar 7.

PAUTA:

Graficaremos las funciones paso por paso.

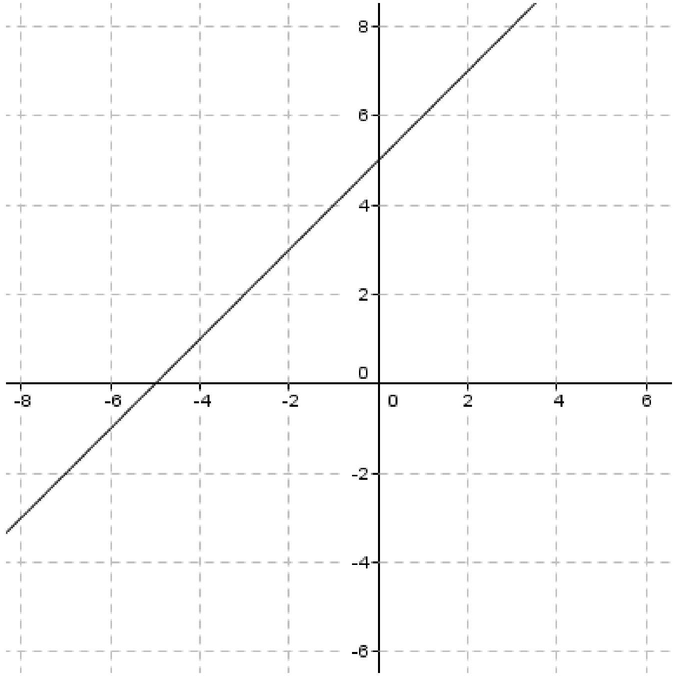


$f(x) = x$

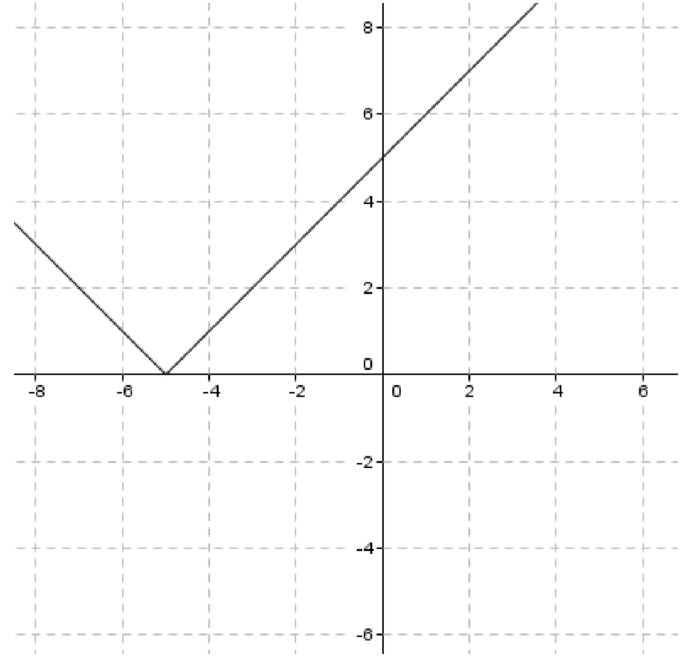


$f(x) = x + 5$

Problema 2, Auxiliar 7.

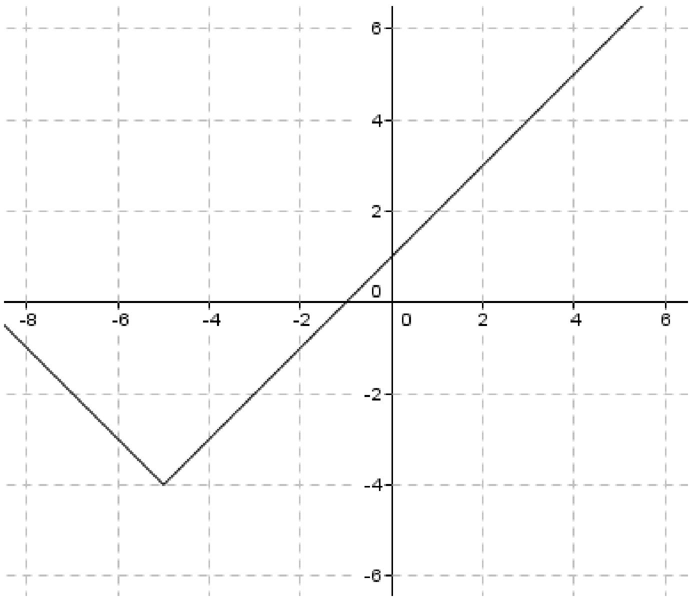


$f(x) = x + 5$

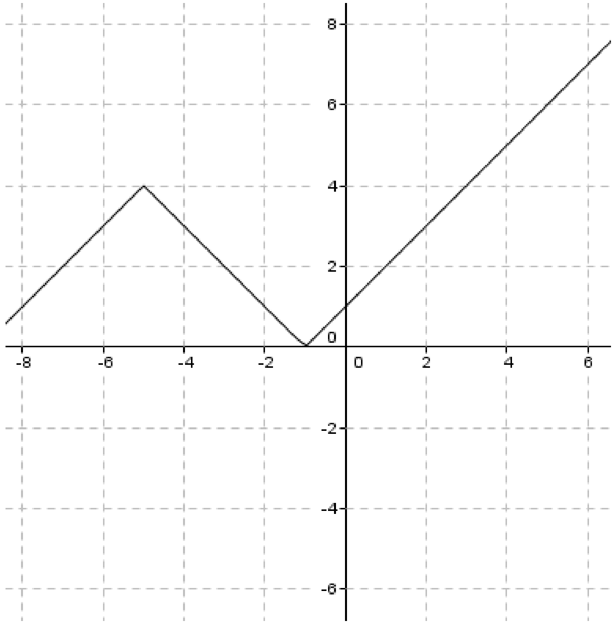


$f(x) = |x + 5|$

Problema 2, Auxiliar 7.

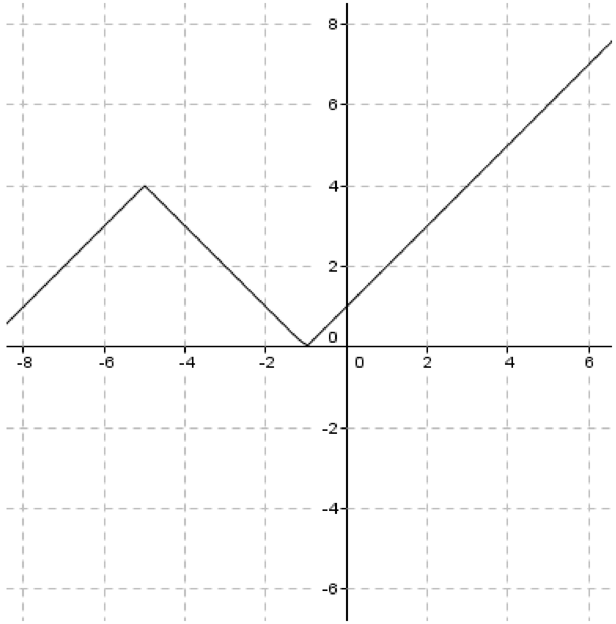


$$f(x) = |x + 5| - 4$$

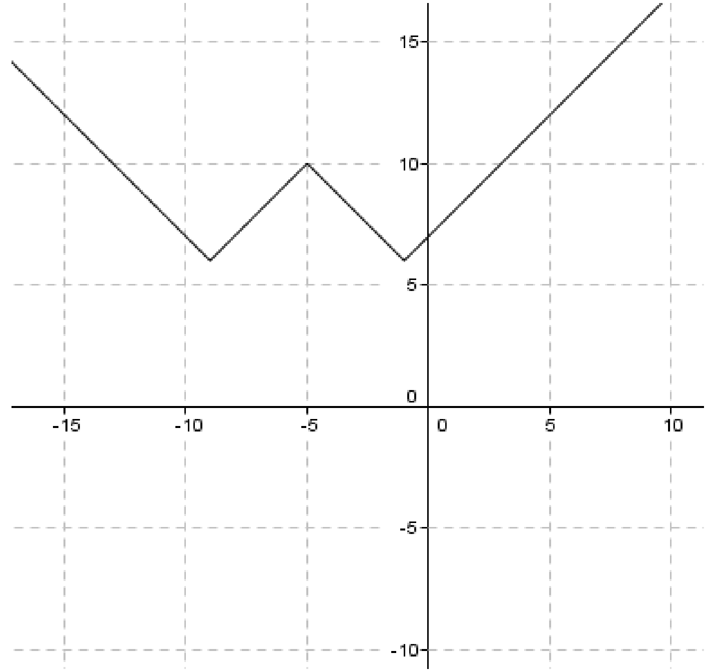


$$f(x) = ||x + 5| - 4|$$

Problema 2, Auxiliar 7.



$f(x) = ||x + 5| - 4|$

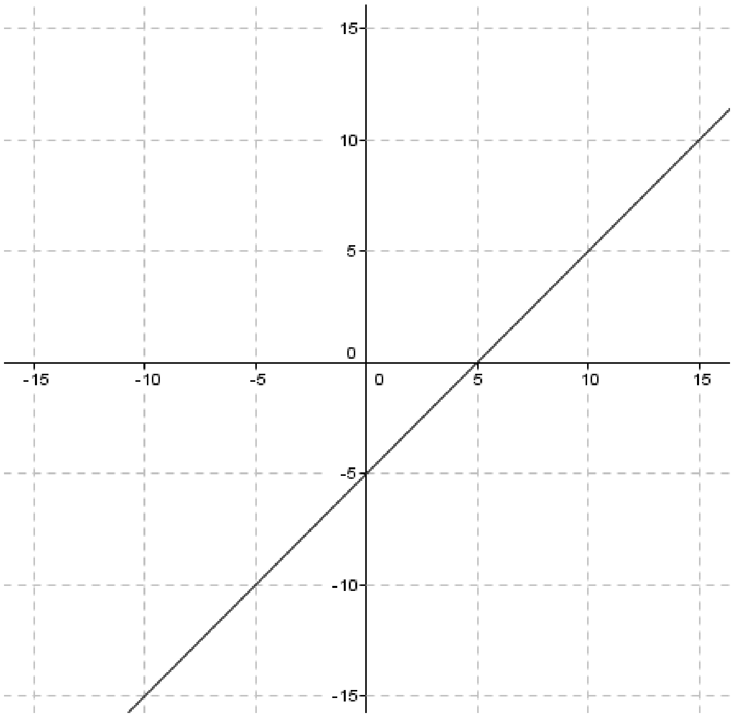


$f(x) = ||x + 5| - 4| + 6$

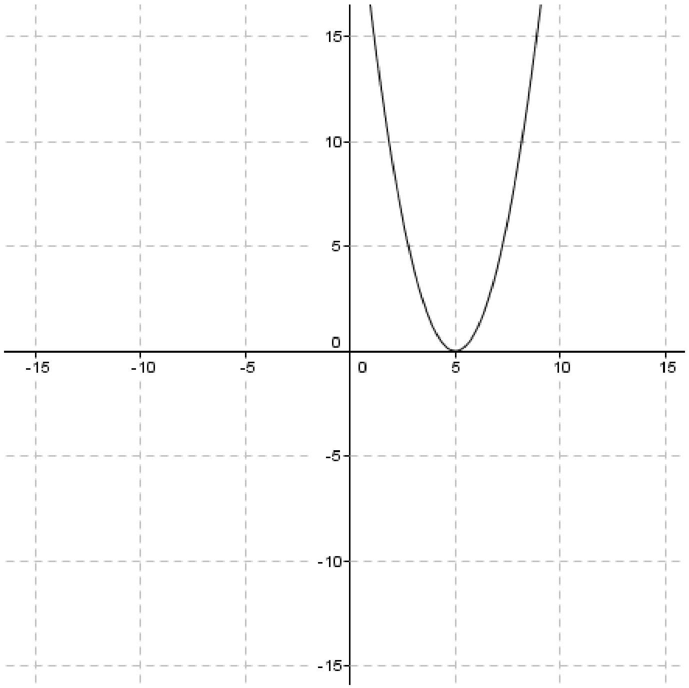
Problema 2, Auxiliar 7.

PAUTA:

Graficaremos las funciones paso por paso.

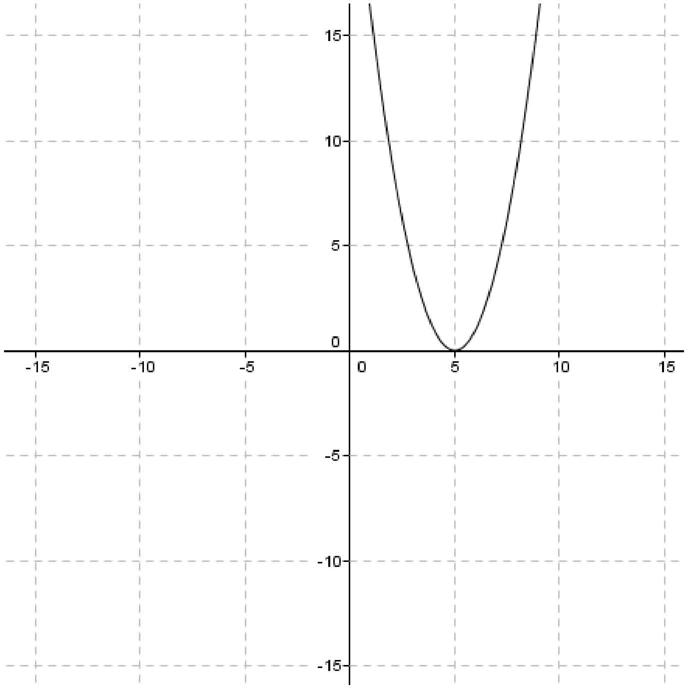


$f(x) = x - 5$

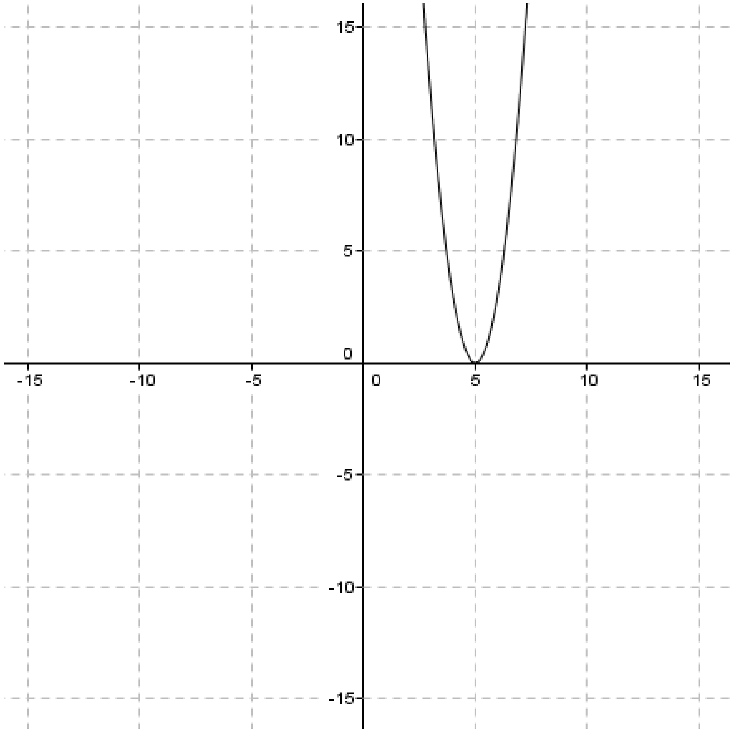


$f(x) = (x - 5)^2$

Problema 2, Auxiliar 7.

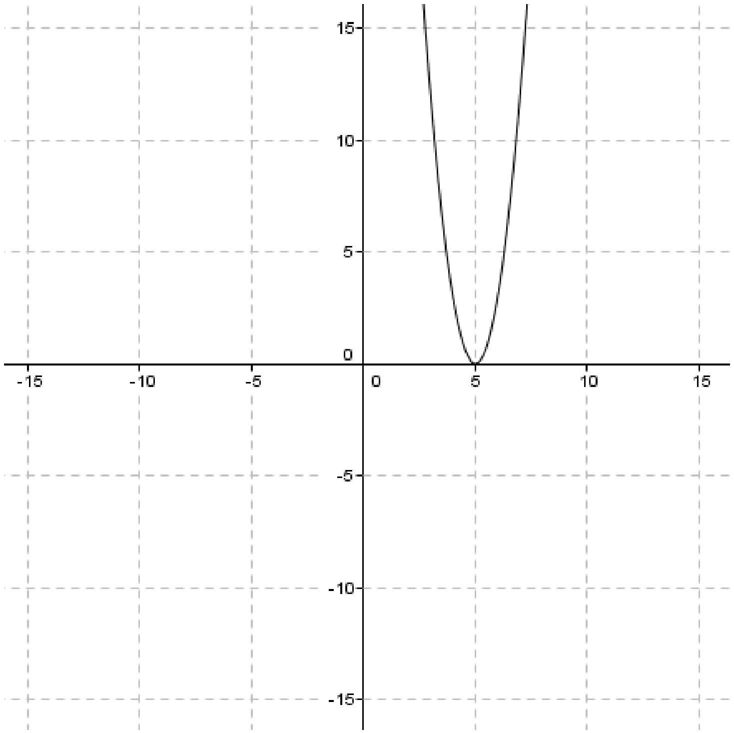


$$f(x) = (x-5)^2$$

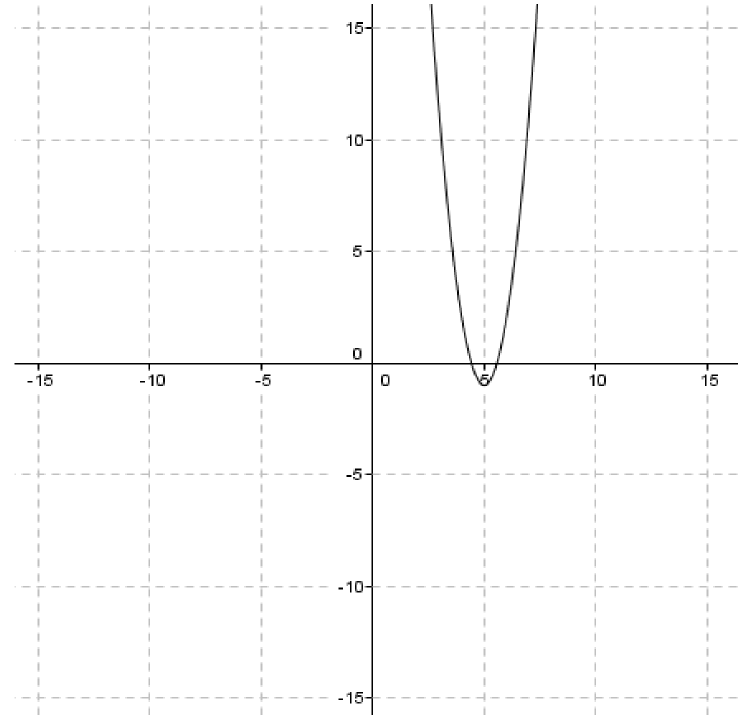


$$f(x) = 3\,(x-5)^2$$

Problema 2, Auxiliar 7.



$$f(x) = 3\,(x-5)^2$$



$$f(x) = 3\,(x-5)^2 - 1$$

Problema 2, Auxiliar 7.

Cálculo de dominio e intervalos de signos

Encuentre el máximo dominio ($A \subseteq \mathbb{R}$) y determine los intervalos dentro del dominio donde la función es positiva y donde es negativa para cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{5 - x^2}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{2x-5}$$

$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^3+1}$$

Problema 3, Auxiliar 7.

PAUTA:

Recordemos que para calcular el dominio de una función, pensamos en describir el conjunto de "todos los números, excepto aquellos que no puedo evaluar en la función".

Para la función:

$$f(x) = \sqrt{5 - x^2}$$

Se tiene que hay una raíz cuadrada, cuyo argumento no puede ser negativo. Así, imponemos la condición:

$$5 - x^2 \geq 0$$

Problema 3, Auxiliar 7.

$$5 - x^2 \geq 0$$

Al resolver la inecuación, se obtiene que los números que cumplen esta condición son aquellos que pertenecen al intervalo $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$.

Luego de este cálculo podemos expresar el dominio de f de la siguiente manera:

$$Dom(f) = \mathbb{R} \setminus ((-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)) = [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$$

Aquí, de todos los números posibles sacamos aquellos que son estrictamente mayores que $\sqrt{5}$ o estrictamente menores que $-\sqrt{5}$, pues aquellos número generan una raíz negativa.

Como la función es una raíz cuadrática, se tiene que la función f es positiva para todo elemento en su dominio.

Problema 3, Auxiliar 7.

Para la función:

$$f(x) = \frac{x+3}{2x-5}$$

Se tiene una fracción, por lo que nuestra condición para determinar el dominio es:

$$2x - 5 \neq 0$$

Al resolver la condición, se tiene que los elementos de $\mathbb{R}$ que satisfacen las condiciones para estar en el dominio de la función son aquellos que pertenecen al conjunto: $\mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\}$. Así,

$$Dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}\}$$

Para conocer cuando la función es positiva o negativa, se realiza la tabla de signos (perdón que no pueda ponerla aquí), dando como resultado que:

$$\text{f es positiva en: } (-\infty, -3] \cup (\tfrac{5}{2}, +\infty)$$
$$\text{f es negativa en: } [-3, \tfrac{5}{2})$$

Problema 3, Auxiliar 7.

Para la función:

$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^3+1}$$

Se tiene una fracción, por lo que nuestra condición para determinar el dominio es:

$$x^3 + 1 \neq 0$$

Al resolver la desigualdad, se tiene que los elementos de $\mathbb{R}$ que satisfacen las condiciones para estar en el dominio de la función son aquellos que pertenecen al conjunto: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Así,

$$Dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Para conocer cuando la función es positiva o negativa, se realiza la tabla de signos (perdón que no pueda ponerla aquí), dando como resultado que:

f es positiva en: $(-1, +\infty)$
f es negativa en: $(-\infty, -1)$

Problema 3, Auxiliar 7.