

P1

SABEMOS $\sim(P_1 \leftrightarrow P_2) \Rightarrow (P_3 \Rightarrow P_4) \leftrightarrow F$

ó sea $\sim(P_1 \leftrightarrow P_2)$ es V y

$P_3 \Rightarrow P_4$ es F

pues es una implicancia.

Si $\sim(P_1 \leftrightarrow P_2)$ es V

entonces $P_1 \leftrightarrow P_2$ es F

lo que significa que P_1 y P_2

NO PUEDEN tener el mismo

valor de verdad

ó $P_1 \leftrightarrow V$ y $P_2 \leftrightarrow F$

ó $P_1 \leftrightarrow F$ y $P_2 \leftrightarrow V$

Si $P_3 \Rightarrow P_4$ es F

entonces $P_3 \leftrightarrow V$ y $P_4 \leftrightarrow F$

AHORA QUE SABEMOS ESTO
ANALICEMOS lo otro.

$$\sim [(P_6 \vee P_5) \wedge (P_1 \wedge P_2)] \leftrightarrow (P_3 \Rightarrow P_4)$$

~~Primer caso:~~
 ~~$P_1 \Rightarrow P_2$~~

es claro que el lado derecho
 es Falso pues $V \Rightarrow F$ es F
 analizemos el lado izquierdo:

P_1 tiene distinto valor de P_2

$$\Rightarrow P_1 \wedge P_2 \text{ es } F \quad (\text{con } F \wedge V \leftrightarrow F)$$

utilizando el mismo argumento

$$(P_6 \vee P_5) \wedge F \text{ es } F$$

aplicando la negación el
 lado izquierdo es V

$$\text{luego } V \leftrightarrow F \text{ es } F.$$

∴ la proposición es FALSA!
 (11)

P2

$P(x)$: x es par
 $q(x)$: x es múltiplo de 5
 $r(x)$: $x \geq 8$

i) $\forall (x \in \mathbb{N}) : (P(x) \vee q(x))$

es FALSA pues no se cumple
para todo Natural, por ejemplo
el 3 no es par ni múltiplo de 5
 $F \vee F \leftrightarrow F$.

ii) $(\exists n \in \mathbb{N}) : r(n) \Rightarrow q(n)$

es Verdadero pues basta que
se cumpla con uno solo
ej: 40 el es mayor que 8
y es múltiplo de 5

$$\boxed{V \Rightarrow V \leftrightarrow V}$$

iii) $(\forall n \in \mathbb{N}) : P(n) \Rightarrow (q(n) \vee r(n))$

es FALSA pues para que sea V
habría que ver que NUNCA $V \Rightarrow F$
y por ejemplo el 6 es par
múltiplo de 5 ni mayor que 8

P31

PDQ) $A \cap B = A \cup B \Rightarrow A = B$

sea $x \in A \cap B$

$x \in A \wedge x \in B$ pero

$A \cap B = A \cup B$ por lo que

si $x \in A \cap B$ también pertenece a
 $A \cup B$

si $x \in A \cup B$

$x \in A \vee x \in B$

o sea todos los elementos
que están en A y en B son

los mismos que están en A o en B

o sea A y B tienen los
mismos elementos.

$\therefore A = B$

otra forma

demostraremos que $A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

$\subseteq$ | sea $x \in A$

$\Rightarrow x \in A \cup B$

como $A \cup B = A \cap B$

$\Rightarrow x \in A \cap B$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \in B$

$\therefore A \subseteq B$

MISMO ARGUMENTO

$A \supseteq B$

$\therefore A = B$

~~P3 11~~

~~$(A \cup B) \cap (A \cup B^c)$ distributivos~~

~~$= (A \cap A) \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cup (B \cap B^c)$~~

~~$= A \cup (A \cap B^c) \cup (A \cap B) \cup \emptyset$~~

~~$=$~~

P3

ii) PDO $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$

(primero Pensemoslo si tenemos

un conjunto A y le agregamos
un conjunto ~~B~~ $(A \cup B)$ y

Aparte al mismo A le agrego
un conjunto que tiene todo lo que
no tiene B $(A \cup B^c)$ y luego
veo ¿qué es lo que tienen
en común estos dos conjuntos?

$(A \cup B) \cap (A \cup B^c)$ es claro que
es A)

P4

PDQ $(A \cup B) \in P(C \cap D) \Rightarrow A \in P(C) \wedge B \in P(C)$

• recordemos que $A \in P(C) \leftrightarrow A \subseteq C$
(A pertenece a las Partes de C,
si y solo si A es subconjunto de C)
analicemos que significa

$(A \cup B) \in P(C \cap D)$

esto significa que $A \cup B$ es
subconjunto de $C \cap D$

o sea todos los elementos que están
en $A \cup B$ están en $C \cap D$ o sea
los elementos que están en

A o en B están en C y en D

en cualquiera de
los dos.

o sea en particular todos los de
A están en C y en D o sea

todo A está en C $\Rightarrow A \subseteq C \Leftrightarrow A \in P(C)$

de la misma forma
 todo B está en C y D
 en particular todo B en $\mathbb{C}$

$$B \subseteq \mathbb{C} \iff B \in P(\mathbb{C})$$

si te fijas hemos llegado a que

$$A \in P(\mathbb{C}) \wedge B \in P(\mathbb{C})$$

que es el otro lado $\underbrace{(\overline{||})}_{\subseteq}$,

otra forma: / recordando que
 $A \subseteq A \cup B$ y $A \cap B \subseteq A$

$$A \cup B \in P(C \cap D)$$

$$\iff A \cup B \subseteq C \cap D$$

$$A \subseteq A \cup B \subseteq C \cap D \subseteq C \quad \text{por transitividad de } \subseteq$$

$$\boxed{A \subseteq C \iff A \in P(C)}$$

además

$$B \subseteq A \cup B \subseteq C \cap D \subseteq D$$

$$\boxed{B \subseteq D \iff B \in P(D)}$$

$$\boxed{A \in P(C) \wedge B \in P(D)}$$