Universidad de Chile
Facultad De Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2014
Matemática II: Introducción al Cálculo Infinitisemal

Auxiliar 4

Profesores: M. Clara Fittipaldi, Natalia Ruiz, Leonardo Sánchez
Auxiliares: José Luis Chesta, Varinia Maluenda, Catalina Pesce, Tamara Quiroga, Benjamín Ruiz, Felipe Salas, Mauricio Zavalla

P1. Calcule en función de n el valor de las siguientes sumatorias

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\,k!$

b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{1}{k+1}$

P2. Pruebe sin usar inducción que para $n \geq 0$ y $0 \leq k \leq n$ se tiene

$$\binom{n}{k} \leq \frac{n^k}{k!} \quad \text{y deduzca que} \quad (1+\frac{1}{n})^n \leq \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$$

P3. Calcule en función de n el valor de la siguiente suma

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{\binom{n}{k}}{(k+1)(k+2)}$$

P4. Utilice el Teorema del Binomio de Newton en la expresión

$$(1+x)^{2n} + (1-x)^{2n}$$

para probar, sin uso inducción, que

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{2n}{2k} = 2^{\,2n-1}$$

P5. **a)** Sean n, i, $k \in \mathbb{N}$ con $k \leq i \leq n$, demuestre que

$$\binom{n}{i}\binom{i}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{i-k}$$

b) Utilice la parte (a) para probar, sin uso de inducción, que

$$\sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i}\binom{i}{k} = \binom{n}{k} 2^{n-k}$$