Catalina Pesce
18.218.245-1

P1.

Debemos demostrar por inducción que para todo $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, se tiene la siguiente proposición:
$3^n + 4^n - 1 = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$.

C.B: Probamos que funcione para el caso base $n = 1$.

$$3^1 + 4^1 - 1 = 6 = 3 \cdot 2 \quad , \text{con } k = 2$$

$\therefore\ 3^n + 4^n - 1 = 3k$ para $n = 1$ funciona.

H.I. Suponemos que $3^n + 4^n - 1 = 3k$ se cumple para algún $n \geq 1$.

P.I. Debemos demostrar que si se cumple H.I, entonces también se cumple para $n+1$.

Pdq' $3^{n+1} + 4^{n+1} - 1 = 3k'$ $\quad k' \in \mathbb{Z}$

$$
\begin{aligned}
3^{n+1} + 4^{n+1} - 1 &= 3 \cdot 3^n + 4 \cdot 4^n - 1 \\
&= (3^n + 2 \cdot 3^n) + (4^n + 3 \cdot 4^n) - 1 \\
&= \underbrace{(3^n + 4^n - 1)}_{H.I} + 2 \cdot 3^n + 3 \cdot 4^n \\
&= 3k + 2 \cdot 3^n + 3 \cdot 4^n \\
&= 3k + 3(\underbrace{2 \cdot 3^{n-1} + 4^n}_{k_1}) \qquad k_1 \in \mathbb{Z} \text{ cte porque depende solo de } n \\
&= 3(k + k_1) \qquad K \in \mathbb{Z} \\
&= 3K
\end{aligned}
$$

$\therefore$ Si la proposición se cumple para n, entonces se cumple para $n+1$.

Por lo tanto, hemos probado que $3^n + 4^n - 1$ es divisible por 3 $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.