

Control 2 - Ingeniería Aplicada

Profesores: Fernando Ordóñez - Víctor Bucarey - José Cifuentes
Profesores Auxiliares: Felipe Garrido - Valeska Ramírez

TIEMPO: 1.40 horas

Pregunta 1

Pepito y Juana están trabajando juntos en un proyecto. Cada uno de ellos puede decidir entre trabajar duro o ser holgazán. Si uno de ellos trabaja duro, ambos reciben un pago de 3, sin embargo quien trabaja incurre en un costo de 3. Por el contrario, si ambos trabajan ambos reciben un pago de 3, pero el costo es menor. En ese caso solo incurren en un costo de 1 cada uno.

Si ambos holgazanean, ambos reciben un pago de 1, dado que la calidad del proyecto será menor.

- (2.0 puntos) Escriba la tabla de pagos para este juego.
- (3.0 puntos) Encuentre el único equilibrio de Nash de este juego.
- (1.0 puntos) ¿A qué juego se parece?

Solución:

- La tabla de pagos estará dada por:

		Juana	
		Trabajar Duro	Holgazanear
Pepito	Trabajar Duro	2,2	0,3
	Holgazanear	3,0	1,1

- El único equilibrio de Nash ocurre cuando ambos eligen Holgazanear, con una ganancia de 1 para cada uno.
- Éste juego se parece al dilema de los prisioneros puesto que existe un óptimo social (que ambos trabajen duro), el cual no es tomado en cuenta debido a que cada jugador vela por sí mismo.

Pregunta 2

Pepito y Juana se cansaron de trabajar en el proyecto y decidieron gastar su tiempo apostando. Pepito le propone a Juana el siguiente juego: Ambos sacan una moneda, escogiendo si muestran la *cara* o el *sello* de respectiva moneda. Si ambos sacan lo mismo Pepito le paga a Juana 1000 pesos. Si ambos sacan algo distinto Juana le paga a pepito 1000.

- (2.0 puntos) Describa el juego indicando jugadores, conjuntos de estrategias y la matriz de pagos.
- (3.0 puntos) Encuentre todos los Equilibrios de Nash
- (1.0 puntos) ¿A qué juego se parece?

Solución:

- Los jugadores son Pepito y Juana. El conjunto de estrategias de cada jugador es “sacar cara” o “sacar sello”. La matriz de pagos será:

		Juana	
		Cara	Sello
Pepito	Cara	-1000,1000	1000,-1000
	Sello	1000,-1000	-1000,1000

2. Como no existe un equilibrio de estrategias puras se debe calcular un equilibrio mixto. Sea p la probabilidad de que Pepito saque cara (por ende $1 - p$ es la prob. de que saque sello) y q la prob. de que Juana saque cara.

Calculamos las utilidades de Pepito:

$$u_{\text{pepito}}(\text{Cara}) = -1000q + 1000(1 - q) = 1000 - 2000q$$

$$u_{\text{pepito}}(\text{Sello}) = 1000q - 1000(1 - q) = 2000q - 1000$$

Y luego las igualamos para llegar a que $q = \frac{1}{2}$

Gracias a que la matriz es simétrica, se obtendrá que $p = \frac{1}{2}$

Luego, el equilibrio de Nash se tendrá cuando cada jugador saque cara con probabilidad $\frac{1}{2}$.

3. El juego es parecido al cachipún pero con solo dos estrategias.

Pregunta 3

Un grupo de países $i = 1, \dots, n$ deben decidir si controlan sus emisiones contaminantes. Cada país emite $1[uc]$ (unidad de contaminación) la cual afecta a todos, a menos que establezca una política de control con un costoequivalente a $3[uc]$. Si hay k países distintos de i que no controlan, el costo total para un país i será de $k + 3$ si decide controlar contra $k + 1$ en caso de no hacerlo.

Como ejemplo, si son dos países los que deciden no controlar, y el resto sí, los que no controlan pagarían 2, y el resto (los que deciden controlar emisiones) pagarían $2+3$. Ahora si todos deciden controlar emisiones, todos los países pagarían 3.

1. (2.0 puntos) Describa el juego indicando jugadores, conjuntos de estrategias y pagos (ojo que no son una matriz).
2. (2.0 puntos) ¿Cuál sería la estrategia que juegan los países en un equilibrio de Nash? Explique.
3. (2.0 puntos) ¿Cuánto pagarían si es que todos controloran sus emisiones?

Solución:

1. Los jugadores serán los n países. El conjunto de estrategias son: “controlar” y “no controlar”. Los pagos para el país i serán:

Si k países distintos de i no controlan,

Controlar: $k + 3$

No Controlar: $k + 1$

2. El equilibrio social estaría en que todos controlasen, pagando solo $3uc$ cada uno. Sin embargo, como cada país velará por si mismo, su mejor respuesta será no controlar (ya que involucra un costo menor). Luego, el equilibrio de Nash será cuando nadie controle, pagando cada uno un costo de n , pagando en total n^2 con n el total de países.

3. Si todos controlasen cada uno pagaría $3uc$ ya que el número de países que no controlan es cero. El costo total de esto es de $3n$, lo cuál es menor que n^2 para $n \geq 3$