FM304-2 Matemática II
Profesor: Leonardo Sánchez
Auxiliares: Felipe Báez A. - Joaquin Muñoz D. - Sebastián Urzúa B.

Escuela de Verano para estudiantes de Enseñanza Media Universidad de Chile

Auxiliar 2

09 de Enero de 2013

P1. Sean:
$r : (\forall x)p(x) \Rightarrow q$
$s : [(\forall x)p(x)] \Rightarrow q$

i) Niegue ambas proposiciones
ii) De las implicancias $(r \Rightarrow s)$ y $(s \Rightarrow r)$, determine la que corresponde a una tautología. Justifigue su elección

P2. Considere las siguientes proposiciones:

$$p : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})(x \geq y)$$

$$q : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \geq y)$$

Indique el valor de verdad de ambas proposiciones y escriba sus negaciones.

P3. Sea p proposición lógica y $q(x)$ función proposicional:
a) Sea $r : (\forall x)(p \Rightarrow q(x))$. Determinar el valor de p si r es Falsa.
b) Sea $s : (\exists x)(p \Rightarrow q(x))$. Deducir si es posible determinar el valor de p sabiendo que s es Verdadera.

P4. Sean A,B conjuntos no vacios. Demuestre que:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow B^c \subseteq A^c$$

P5. Sea U conjunto universo. Sean A, B conjuntos. Demuestre que:

$$[(A^C \cap B) \cup (A \cap B^C) = B] \Rightarrow [A = \phi]$$

P6. Se define $A := \{2, 4, 8, 16, 32\}$.

a) Niegue las siguientes proposiciones

- *a*) $(\forall x \in A)x^2 \in A$
- *b*) $(\exists x \in A)2^x \in A$
- *c*) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)\ x \neq y \vee 2x \leq y$
- *d*) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)2x > y \Rightarrow 2y \leq x$

b) Encuentre el valor de verdad de las proposiciones de la parte anterior.

P7. Realizar las siguientes demostraciones

a) Demostrar directamente que si n es un entero y $3n + 2$ es impar, entonces n es impar.

c) Demuestre por contradicción que si $n = ab$, donde ambos a y b son enteros positivos, entonces $a \leq \sqrt{n}$ o $b \leq \sqrt{n}$.

d) Demostrar que $a \cdot b$ es par , a es par $\vee$ b es par.

e) Si n es un número entero impar, entonces la ecuación $p^2 + p - n = 0$ no admite ninguna solución entera

f) Un triángulo isósceles es el cual tiene dos lados iguales. Demostrar que si un triángulo tiene dos ángulos iguales, entonces es isósceles.