

Punto P2:

$$f(x) = \sqrt{(1-x)(x+3)}$$

veamos el dominio. Ptos críticos: $x=1$ y $x=-3$

$\Rightarrow$ hacemos la tablita; para ver los intervalos en que el producto es positivo

	$-\infty, -3$	$-3, 1$	$1, \infty$
$x+3$	-	+	+
$1-x$	+	+	-
$(x+3)(1-x)$	-	+	-

$\Rightarrow$ solo nos sirve el intervalo $[-3, 1]$

$\therefore$ Dom $f(x) = [-3, 1]$.

veamos el conjunto imagen:

$$y = \sqrt{(1-x)(x+3)} = \sqrt{x - 3x - x^2 + 3}$$

$$y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$$

$$y^2 = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 + y^2 = 0$$

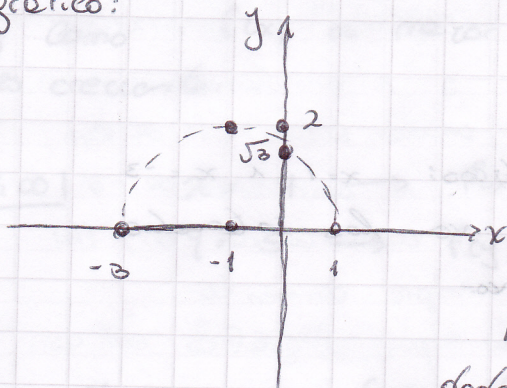
$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12 - 4y^2}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16 - 4y^2}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{4 - y^2}}{2} = -1 \pm \sqrt{4 - y^2}$$

$\Rightarrow$ necesitamos que $4 - y^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq y^2$

$\Rightarrow 2 \geq y \geq -2$. Pero como y es una raíz, siempre será ≥ 0 . $\therefore$ Rec $f(x) = [0, 2]$

otra forma de ver el recorrido es mediante el gráfico:



veamos $f(0) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow$ la función corta al eje y en $\sqrt{3}$.

Se puede ver que el máximo de la función estará dado por $x = -1$; $f(-1) = 2$

¿Cómo saber cual es el máximo?

ustedes tienen que $f(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$

y lo que hay dentro de la raíz es una parábola.

Vemos entonces el vértice de aquella parábola:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow \text{Como } a < 0;$$

$x = -1$ es el pto que produce el máximo.

Si no lo creen; cualquier otra imagen que calculen será menor que 2, y también pueden ver que entre $(-3, 0)$ la función es creciente; y entre $(-1, 2)$ es decreciente; por lo que -1 debe ser un máximo.

A partir del gráfico; es fácil ver que el recorrido va desde 0 hasta 2.

$$\therefore \text{Rec } f(x) = [0, 2]$$