

Control 3

Matemática III

Profesor: Pablo Dartnell

Auxiliares: Roberto Castillo, Andrés Zúñiga

Viernes 21 de Enero de 2011

P1.-

1. Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln(n+1)$
2. Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=2}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$

P2.-

Calcule los siguientes límites de funciones:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) \operatorname{sen}(e^x)}{\sqrt[3]{x^2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(\cos(\sqrt{x}))}{x}$

P3.-

- (i) Sea $l = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. Si $b < l$, demuestre que:

$$(\exists N \in \mathbb{N}) \quad \text{tq} \quad (\forall n \geq N) \quad b < x_n$$

- (ii) Sea $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión convergente. Si $x_n \leq b \quad \forall n \in \mathbb{N}$, demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq b$.

- (iii) Sean $A, B \subseteq \mathbb{R}$, A acotado superiormente, B acotado inferiormente.

Sean $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}, (y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones tales que $x_n \in A, y_n \in B \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Demuestre que si $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - y_n) = 0$, entonces $\inf(B) \leq \sup(A)$.