

Control 2

Matemática III

Profesor: Pablo Dartnell

Auxiliares: Roberto Castillo, Andrés Zúñiga

Viernes 14 de Enero de 2011

P1.-

1. Ocupando sumas conocidas encuentre la fórmula de:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n - 1) \cdot n.$$

y demuéstrela por inducción

2. Demuestre que:

$$2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n,$$

donde $a + b > 0$, $a \neq b$ y $n \geq 2$.

P2.-

Sean A, B, C, D conjuntos no vacíos. Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : C \rightarrow D$ dos funciones. Se define la función $f \times g : A \times C \rightarrow B \times D$ tal que para $(x, y) \in A \times C$, $f \times g(x, y) = (f(x), g(y))$. Demuestre que:

1. $f \times g$ es inyectiva si y sólo si f y g lo son.
2. $f \times g$ es sobreyectiva si y sólo si f y g lo son.

P3.-

Sean A y B subconjuntos de \mathbb{R} tales que $A \cap B \neq \emptyset$. Si a es una cota superior del conjunto A y b es una cota superior del conjunto B , entonces demuestre que:

1. $\max\{a, b\}$ es una cota superior de $A \cup B$
2. $\min\{a, b\}$ es una cota superior de $A \cap B$
3. Encuentre alguna expresión, en términos de $\sup(A)$ y de $\sup(B)$, para el valor de $\sup(A \cup B)$ y demuestre que es válida.