

Clase Auxiliar # 7

Tema: Teorema del Binomio y Repaso Control 1

Auxiliares: Avelio Sepúlveda, Franco Basso, Braulio Sánchez,
Hugo Carrillo, Luis Fredes, Rodrigo Chi, Sebastián Balmaceda

- Mediante un uso adecuado del teorema del binomio determine.
 - El término que ocupa el lugar 50 en el desarrollo de $\left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)^{70}$
 - Si el segundo término de un desarrollo de la potencia es $\binom{12}{1}x^{11} \cdot \frac{1}{2}y$ determine el penúltimo término y el binomio con su potencia asociado.
 - El término que contiene x^{43} en el desarrollo de $\left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}\right)^{30}$
- Calcule y después compruebe mediante inducción que:
 - $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k$
 - $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k+1}$
- Demostrar mediante inducción que $\forall n \geq 1$:
$$(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^4) \cdots (1+\alpha^{2^{n-1}}) = \frac{1-\alpha^{2^n}}{1-\alpha} \quad \alpha \neq 1$$
- Calcular las siguientes sumatorias.
 - $\sum_{k=m}^{3n} \frac{k^2 + 2^k}{2}$
 - $1 \cdot 99 + 2 \cdot 98 + \dots + 99 \cdot 1$
- Demuestre por inducción que para todo $n \in \mathbb{N}$, $2^{2n} - 3n - 1$ es divisible por 9.
- La sumatoria de la parte izquierda tiene $n + 1$ términos. Escriba la suma como sumatorias y demuestre con y sin inducción que:
$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \dots = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$